1 Intérêts composés

Exercice 1 *Monsieur X a emprunté, à intérêts composés,* 25000 € *pour une durée de 3 ans. À l'échéance il devra rembourser* 29775,40 €*. Déterminer le taux de l'emprunt.*

Exercice 2 *Un investissement de* 50000 € *est envisagé. Cette dépense apportera une recette de* 25000 € *dans 3 ans et de* 35000 *dans 4 ans. Sachant que l'alternative est le placement à intérêts composés,*

1. *Au taux de* 4% *l'investissement sera-t-il réalisé ?*
2. *Même question au taux de* 6%*.*
3. *Déterminer le taux d'intérêt pour lequel l'investissement et le placement sont indifférents ?*

Exercice 3 *On remplace 4 règlements :* 1000 € *dans un an,* 3000 € *dans 3 ans,* 3510 *dans 5 ans,* 2000 € *dans 6 ans, par deux règlements égaux, l'un dans un an, l'autre dans deux ans. Le taux étant de* 6%*, quel est le montant de ces deux règlements ?*

Exercice 4 *Un règlement de* 50000 € *prévu le 15/06/08 est remplacé par 3 réglements de même valeur nominale qui interviendront le 15/06/09, 15/12/09 et le 15/03/10. Déterminer le montant de chacun de ces règlements, le taux étant de* 6%*.*

Exercice 5 20000 € *sont placés à intérêts composés, pendant un an. On retire alors* 15000 €*. Un an après ce retrait on dispose de* 7128 €*. Déterminer le taux de capitalisation.*

2 Annuités - Rentes

Exercice 6 *Une suite de* 10 *annuités constantes a une valeur acquise de* 73124,38 €*. Le taux de capitalisation étant de* 8,2%*, déterminer le montant de l'annuité.*

Exercice 7 15 *annuités constantes de* 1000 € *chacune ont une valeur acquise de* 25422,50 €*. Déterminer la date de la dernière annuité.*

Exercice 8 n *annuités constantes de* 5000 € *chacune ont une valeur actuelle de* 36259 €*, la première a été versée le 01/10/08. Le taux de capitalisation est de* 8,75%*. Déterminer la date de la dernière annuité.*

Exercice 9 *Un épargnant se constitue un capital de la façon suivante :* 6 *annuités de* 1000 € *chacune, puis* 4 *annuités de* 2000 € *chacune suivies de* 5 *annuités de* 3000 € *chacune.*

Déterminer la valeur acquise et la valeur actuelle de cette série d'annuités, le taux étant de 8%*.*

Exercice 10 *Une personne souhaite se constituer un capital de* 65500 € *au 01/12/17, en versant une annuité chaque 01/12 à partir du 01/12/08. Sachant que le taux de capitalisation est de* 7,2% *et que les annuités augmentent de* 4% *par période, déterminer le montant de la première annuité.*

Exercice 11 *Déterminer la valeur actuelle de* 20 *semestrialités de* 1000 € *chacune, le taux annuel de capitalisation étant de* 6 %.

3 Emprunts indivis

Exercice 12 *Un emprunt de* 20000 €*, remboursable par mensualités constantes, est contracté sur* 10 *ans, au taux de* 5,65 %.

1. *Calculer la mensualité de ce remboursement.*
2. *Écrire les deux premières lignes et les deux dernières lignes du tableau d'amortissement.*
3. *L'emprunteur décide, immédiatement après le paiement de la* 48^e *mensualité, de rembourser la totalité de sa dette à cette date. Pour cela, il fait un second emprunt (arrondi à la centaine d'euros inférieure) au taux de* 5,10 % *remboursable par trimestrialité sur 7 ans.*
   (a) *Quelle somme emprunte-t-il ?*
   (b) *Calculer le montant de chaque trimestrialité ?*
   (c) *Écrire les deux premières lignes et les deux dernières lignes du tableau d'amortissement.*

Exercice 13 *Un emprunt est amortissable par* 15 *annuités constantes. Le montant du* 4^e *amortissement est* 10111,77 € *et celui du* 10^e *est* 14547,92 €.

1. *Déterminer le taux de cet emprunt.*
2. *Déterminer le montant du* 1^{er} *amortissement.*
3. *Déterminer le montant du capital emprunté.*
4. *Déterminer le montant de l'annuité.*
5. *Déterminer le montant du capital restant dû après le paiement de la* 10^e *annuité.*
6. *Présenter le tableau d'amortissement. [À faire sur un tableur - Sinon, préciser les formules ou macros employées.]*

4 Corrigé

Le corrigé donne systématiquement le principe de résolution et parfois le résultat du calcul.

Exercice 1 *Une seule annuité et* $\frac{29775{,}40}{25000} = (1+r)^3$. *D'où* $r = 6\%$.

Exercice 2
1. *La valeur actuelle nette du projet à* 4% *(investissement compris) est* $2143{,}06$ €. *Il vaut donc plus que l'investissement financier à* 4%.
2. *La valeur actuelle nette du projet à* 6% *(investissement compris) est* $-1286{,}24$ €. *Il vaut donc moins que l'investissement financier à* 6%.
3. *Ce type de question se résout numériquement. Il faut trouver* r *qui annule la valeur actuelle nette.*

Exercice 3 *Calculer la valeur actuelle* V_0 *des annuités données (annuités quelconques à* 6%*). Trouver l'annuité constante pour* $n = 2$ *et* $r = 6\%$.

Résultat : $V_0 = 7495{,}05$, $A = 4088{,}07$.

Exercice 4 *La formule d'annuités quelconques peut être utilisée en mettant* A *le versement constant en facteur commun. On en déduit* A.

Attention : il faut passer en taux mensuel ou trimestriel pour pouvoir intégrer tous les versements de manière cohérente.

Exercice 5 *Les retraits (*15000 € *et* 7128€*) sont en définitive les annuités, qui doivent donc avoir pour valeur actuelle* 20000€. *Cela donne une équation du second degré si l'on multiplie par* $(1+r)^2$. *On peut d'ailleurs poser* $x = 1 + r$ *pour gagner du temps.*

Exercice 6 *Application de la formule des annuités constantes,* V_n *étant donné et* A *étant la seule inconnue.*

Exercice 7 *Application de la formule des annuités constantes,* V_n *et* A *étant donnés,* n *étant la seule inconnue. La date à proprement parler ne peut être donnée que relativement à la date* 0.

Exercice 8 *Même principe que précédemment,* V_0 *cette fois étant donné, et* n *étant l'inconnue. On peut en revanche donner la date exacte dans cet exercice.*

Exercice 9 *Cette exercice peut être résolu par la force brute (annuités quelconques).*

Il est possible (et même souhaitable) de simplifier un peu. On calcule la valeur actuelle des annuités de 1000 € *à la date* 0 *(*$4622{,}88$ €*) (annuités constantes classiques). On calcule également la valeur actuelle des annuités de* 2000 € *à la date* 6 *(*$6624{,}25$ €*), puis on actualise par le facteur* $(1+r)^{-6}$ *pour ramener la valeur à la date* 0 *(*$4174{,}40$ €*). Enfin, on calcule la valeur actuelle des annuités de* 3000 € *à la date* 10 *(*$11978{,}13$ €*), puis on actualise par le facteur* $(1+r)^{-10}$ *pour ramener la valeur à la date* 0 *(*$5548{,}19$ €*).*

On fait la somme : $V_0 = 14345{,}47$ €, *on trouve* V_n *en multipliant par* $(1+r)^{15}$, *soit* $45506{,}26$ €.

Exercice 10 *Annuités à croissance géométrique. On connaît V_n, n, r, g, reste à calculer A_1.*

Exercice 11 *Il faut d'abord trouver le taux équivalent. Ici c'est un r_2 (2 semestres dans l'année). On applique ensuite la formule des annuités constantes (bien qu'il s'agisse de semestrialités à proprement parler).*

Exercice 12

1. *Taux mensuel équivalent $r_{12} = 0{,}459\%$. D'où la mensualité constante, avec $n = 120$, $A = 217{,}14$ €.*
2. *Tableau (il peut y avoir quelques erreurs de centimes).*

1	V_0	F_1	D_1	A_1
	20000	91,81	125,33	217,14
2	V_1	F_2	D_2	A_2
	19874,67	91,24	125,90	217,14
...	...	...	...	...
119	V_{118}	F_{119}	D_{119}	A_{119}
	431,58	1,98	215,16	217,14
120	V_{119}	F_{120}	D_{120}	A_{120}
	216,46	0,99	216,15	217,14

3. *Le capital restant dû juste après le paiement de la 48^e mensualité est V_{48} (bien comprendre pourquoi), soit 13287,14 €. L'arrondi à la centaine d'euros inférieure est donc 13200 €.*

   Le taux équivalent du nouvel emprunt est un r_4, soit 1,2513%.

   On applique la formule pour $n = 4 \times 7 = 28$, et on trouve 561,74 €.

Exercice 13

1. *Voir la formule de D_p. $D_{10}/D_4 = (1+z)^6$. D'où le calcul de z.*
2. *Tous les D_p sont calculables lorsqu'on en connaît un et que l'on connaît z. D'où D_1.*
3. *On calcule A à partir de D_1, puis V_0 par la formule des annuités constantes.*
4. *Voir ci-dessus.*
5. *Formule du capital restant dû. Préférer la formule avec D_1.*

   Bien voir qu'il s'agit de donner V_{10} : le capital restant dû juste après la dixième annuité est le capital restant dû en début de 11^e période, c'est donc bien V_{10}.
6. *A faire. C'est le même principe que précédemment.*