Economie de l'Incertain

CHAPITRE 3

Extensions du modèle d'espérance d'utilité

Valeur de l'information pour un décideur

Pratique de la théorie de la décision

Université de Tours - L3 ECO - Arnold Chassagnon - Hiver 2015

Plan

1 de Finetti & Anscombe Aumann

2 Biais psychologiques

3 Acquisition d'information, économie bayesienne

1

Extensions de la théorie de Von Neumann Morgerstern

Représentation de la décision

Dans ce cours, nous nous sommes penchés sur le cas particulier de choix entre différentes loteries probabilisées. Dans la pratique, les choix auxquels nous sommes confrontés ne sont pas des choix entre différentes distributions, et en particulier, on se représente assez rarement les distributions.

Il s'agit en fait de se représenter plus justement l'interaction entre l'action humaine et l'action de la nature. Une piste envisagée est de modéliser comment nos actes peuvent interférer sur les différents états de la nature. Dans cette optique nos actes modifient les conséquences des états de la nature. Et la nature choisit l'état de la nature réalisé.

Actes

Définition : On appelle un acte une fonction des états du mondes vers l'ensemble des revenus $\mathbb{R}$.

Il n'y a pas de distribution de probabilité sur les états du monde. Cette dernière va être déduites des préférences de l'agent et interprétée comme la probabilité subjective du décideur.

Préférences sur les actes

L'ensemble des états de la nature est $S = \{1, 2, \ldots, n\}$, et les alternatives (les actes) sont des fonctions sur S : $X = \mathbb{R}^S$. On suppose que le décideur a des préférences $\succeq$ sur ces actes. qui vérifient les axiomes suivant :

1. pré-ordre partiel,
2. continuité,
3. additivité : $x \succeq y$ ssi $x + z \succeq y + z$
4. Monotonie : $x \geq y$ entraine $x \succeq y$
5. Non trivialité : il existe au moins x, y tels que $x \succ y$

Théorème (de Finetti) : la relation de préférence $\succeq$ vérifie les cinq axiomes précédents si et seulement si il existe un vecteur de probabilité (*unique*) tel que

$$x \succeq y \quad \Longleftrightarrow \quad p \cdot x \geq p \cdot y$$

Le modèle d'Anscombe et Aumann

Le modèle d'Anscombe et Aumann part des états de la nature et dérive des probabilités subjectives comme le fait le modèle de de Finetti. Cependant, dans ce modèle, on ne fait pas l'hypothèse que les conséquences sont des revenus ; les outcomes sont des loteries.

Ainsi, il y a deux niveaux d'incertitude :

1. premièrement, on ne sait pas quel est l'état du monde qui sera réalisé et on a pas de probabilité qui mesure cette incertitude.
2. Deuxièmement, étant donné la réalisation d'un état de la nature, le décideur fait face à une loterie dont les probabilités sont objectives, comme dans le modèle de Von Neumann Morgerstern.

Il y a par cette représentation une séparation de l'ensemble des états du monde et de l'ensemble des conséquences, ce qui permet de considérer vraiment l'action, le choix libre.

Loteries et actes, mixtures

On doit pour développer la théorie de Anscombe et Aumann donner un peu plus de structure sur l'espace des loteries $\mathcal{L}$ et sur l'espace des actes, $\mathcal{L}^S$.

Soient deux distributions finies $P(\cdot)$ et $Q(\cdot)$. Le mélange des deux loteries $\alpha P + (1-\alpha)Q$ est défini par :

$$\forall x \big(\alpha P + (1-\alpha)Q\big)(x) = \alpha P(x) + (1-\alpha)Q(x)$$

On définit aussi une mixture entre deux actes : Soient deux actes $f(\cdot)$ et $g(\cdot)$. Le mélange des deux actes $\alpha f + (1-\alpha)g$ est défini par :

$$\forall s \big(\alpha f + (1-\alpha)g\big)(s) = \alpha f(s) + (1-\alpha)g(s)$$

Esperance d'utilité

Ainsi, si vous choisissez $f \in \mathcal{L}^S$ et que la nature choisit $s \in S$, et si que vous avez une fonction VNM $u(\cdot)$, vous ferez face à une loterie dont l'espérance d'utilité sera

$$\sum_x f(s)(x)u(x)$$

Théorème d'Anscombe Aumann

On suppose que le décideur a des préférences $\succeq$ sur ces actes. qui vérifient les axiomes suivant :

1. pré-ordre partiel,
2. continuité,
3. Indépendance : $f \succeq g$ implique $\alpha f + (1-\alpha)h \succeq \alpha g + (1-\alpha)h$
4. Monotonie : $f(s) \geq g(s)$ entraine $f \succeq g$
5. Non trivialité : il existe au moins f, g tels que $f \succ g$

Théorème (Anscombe Aumann) : la relation de préférence $\succeq$ vérifie les cinq axiomes précédents si et seulement si il existe une mesure de probabilité sur S et une fonction VNM $u(\cdot)$ (*unique à une transformation affine près*) telle que

$$f \succeq g \quad \Longleftrightarrow \quad \sum_x f(s)(x)u(x) \geq \sum_x g(s)(x)u(x)$$

2

Pratique de la théorie de la décision

- Framing effect
- Endowment effect
- Sunk cost

Framing effect ou effet de cadrage

l'effet de cadrage plus connu sous le nom de Framing effect est un exemple de biais cognitif dans lequel les gens réagissent différemment à un même choix selon qu'il est présenté comme une perte ou comme un gain.

- La représentation des termes de la décision importe
- les réduction & les déductions

Une vieille dame de votre famille de 65 ans souffre d'une maladie sérieuse qui rend sa vie extrêmement pénible, tout en laissant sa vie sauve. Elle peut subir une opération qui peut la soigner ou peut au contraire lui foutre la vie. On peut représenter le risque lié à cette opération de deux manières :

Version A : 30% des patients en meurent
Version B : 70% des patients survivent

Est-ce que vous lui recommandez de subir cette opération ?

Perception différente du gain et de la perte

On vous donne mille euros. On vous propose en plus de choisir parmi les deux choix A ou B suivants.

- $\rightarrow$ accepter 500 euros supplémentaires
- $\rightarrow$ participer à une loterie qui permet de gagner mille euros supplémentaire avec proba $1/2$ ou rien

On vous donne deux mille euros. On vous propose en plus de choisir parmi les deux choix A ou B suivants.

- $\rightarrow$ accepter de perdre avec certitude 500 euros
- $\rightarrow$ participer à une loterie qui permet de ne rien perdre avec proba $1/2$ ou de perdre mille euros supplémentaire avec proba $1/2$

Calcul pratique d'un indice de GINI

Calculer l'indice de GINI pour une population dont les revenus respectifs de chaque individu sont : 0, 500, 500, 530, 670, 800, 1600, 1800
Il faut d'abord calculer les X_i puis les Y_i, représenter la courbe de Lorenz, puis les surfaces nécessaires au calcul de l'indice de GINI

Revision

On considère un agent qui évalue les loteries selon le critère de l'espérance d'utilité, avec pour fonction VNM $u(x) = \sqrt{x}$.

1) Cet agent a l'opportunité d'entreprendre un projet qui lui permet de doubler son revenu actuel avec une chance sur deux, mais le conduira à diviser par deux son revenu actuel avec une chance sur deux. Pensez-vous qu'il va accepter cette opportunité ?

2) Cet agent vient de gagner un capital L au Loto, capital infiniment supérieur à son revenu annuel et/ou à son capital actuel, ce qui autorise la simplification suivante : on considère qu'il dispose initialement de L. Cet agent peut ne pas placer ce capital, et le conserver sans intérêt ou le placer (en partie) dans des produits boursiers simples qui lui rapporteront avec une probabilité $1/2$, 50 centimes d'euro pour chaque euro investi, ou, avec probabilité $1/2$, 2 euros, pour chaque euro investi. Dire quel est selon vous le critère selon lequel il devrait choisir le montant X investi, et calculer X si possible.