

# Economie de l'Incertain et des Incitations

## CHAPITRE 3

### Incitations et coordination Modèle Principal-Agent

# Préambule : coopération et jeux non-coopératifs

Lorsque l'équilibre d'un jeu non-coopératif est dominé au sens de Pareto, on a le sentiment qu'une coopération entre les joueurs pourrait améliorer l'issue de ce jeu.

- ▶ Les joueurs pourraient par exemple s'interdire de jouer une "mauvaise" stratégie
- ▶ Mais cela n'est possible que s'ils pouvaient s'engager crédiblement sur les stratégies qu'ils vont choisir (*par exemple s'ils peuvent modifier leur payoff en introduisant une pénalité qu'ils s'infligeraient s'ils déviaient de la stratégie coopérative*)

La coopération n'est pas toujours possible. Elle nécessite des ingrédients qui ne sont pas compris dans le jeu non-coopératif, en particulier, d'avoir la possibilité de modifier les règles du jeu.

# Coopération et communication

La communication, bien qu'insuffisante pour assurer une coopération semble en est parfois un des éléments nécessaires.

Mais, Communiquer

- ▶ contient plus qu'une simple déclaration mutuelle des joueurs se disant (simplement) qu'ils s'interdisent certaines stratégies ;
- ▶ à ce stade un peu pauvre, la communication ne demeurerait que du *cheap talk* tant que les règles du jeu n'ont pas été modifiées en conformité avec ce qui s'est dit.
- ▶ Il y a coopération quand les joueurs se sont communiqués les actions sur lesquelles ils s'engagent avec la modification des règles du jeu qui rendent crédible leur engagement.

# Communication et coopération

Communiquer peut avoir une définition plus *légère*, n'incluant pas l'idée d'engagement. On pense aux cas où l'information sur les types n'est pas *common knowledge* et qu'il s'agit de révéler aux autres joueur son type. Mais, là, il convient de remarquer

- ▶ qu'il y a un réel problème de crédibilité quand au dévoilement d'une information privée ;
- ▶ qu'une révélation concernant le type d'un joueur modifie la perception du jeu des autres joueurs
- ▶ En dévoilement une information privée, un joueur s'engage vis-à-vis des joueurs, tout en modifiant le jeu et entrave (en partie) sa liberté

Autrement dit, tout dévoilement de l'information peut s'assimiler à l'introduction d'éléments coopératifs dans le jeu. [par exemple un joueur pourrait valablement s'engager sur une stratégie coopérative en dévoilant de l'information **crédible** sur son type

# Communication

Introduire des ingrédients de communication dans des jeux *a priori* non coopératifs conduit naturellement à se poser la question suivante :

- ▶ Comment décrire synthétiquement l'ensemble des processus par lesquels les individus parviennent à un accord ?
- ▶ Peut-on anticiper le résultat qui émergera effectivement des pourparlers ?

# Communication et équilibre

A l'instar d'un joueur de poker, chaque individu est tenté de ruser au moment de communiquer, mais est tributaire des stratégies des autres. Les méthodes de la théorie des jeux permettent d'identifier les meilleures *stratégies de communication*.

- ▶ Hurwicz requiert que chaque joueur adopte une stratégie "dominante"
- ▶ E. Maskin et R. Myerson demandent, plus modestement, que les stratégies de communication forment un équilibre de Nash.

# Les phases du jeu

Informations	sur le monde, sur soi	Individuelles
Discussions	au travers d'échanges directs, de communications, d'envoi de signaux ; → Affichage d'un prix, d'une caractéristique, d'une croyance, ... → Affirmation d'une qualité "comme quoi on est pas menteur", etc..	Révélation partielle ou totale de l'information,
Décisions	actions choisies individuellement, éventuellement contingentes à l'information qui aura été reçue	Equilibre du jeu

## Exemple 1 Coordination d'un groupe autour d'une décision

Considérons un *groupe* d'individus, aux objectifs potentiellement conflictuels, *qui doit prendre une décision*. Chacun dispose d'informations personnelles, comme ses croyances sur le monde qui l'entoure ou comme ses propres préférences sur les choix concevables. La décision est prise au terme d'une discussion pendant laquelle les membres du groupe, éventuellement assistés d'un médiateur, dévoilent plus ou moins d'information.

- ▶ les éléments de communication font partie de la définition d'une stratégie d'un joueur
- ▶ L'output d'équilibre peut-être interprété comme la décision du groupe.



## Exemple 2 Planification : Evaluation et Coordination

Considérons un *planificateur social* qui recherche le bien-être de la société et les moyens de permettre aux individus d'atteindre cet idéal. Il est confronté à deux types de problèmes : il ne connaît que partiellement le type des agents de l'économie et il ne peut pas (ne veut pas) contrôler les choix des actions au niveau individuel.

- ▶ Le planificateur social cherche tout d'abord l'allocation optimale des ressources étant donné les caractéristiques de l'économie (agents & ressources).
- ▶ Son rôle ne s'arrête pas là. En tant que "mechanism designer" il met en place un mécanisme de coordination pour que les agents maximisent le Bien-Etre Social dans un contexte décentralisé
- ▶ Ces deux opérations sont reliées et font partie d'un programme unique où le planificateur décide des règles du jeu social

# Joueurs communicants - Maîtres du jeu - Principaux

En pensant à la structure d'un jeu, il n'est pas totalement irréaliste de penser qu'il y a des joueurs qui ont plus de facilité de communication, soit parce qu'ils ont plus d'horizon que les autres joueurs ou pour toute autre raison. On peut aussi penser qu'un joueur ayant la capacité de changer les règles du jeu maîtrise la communication.



On analyse dans ce chapitre des jeux dans lesquels on supposera qu'il existe un **Principal**, *qui dispose d'instruments* lui permettant de modifier les règles du jeu et *dont une des charges* est de faciliter la communication entre les agents,

## Rôle différencié des joueurs

La description des processus de communication induit une distribution différenciée des rôles de chacun des joueurs.

On appellera *Agent* tout joueur d'un jeu non-coopératif tant qu'il accepte passivement les règles du jeu. l'agent :

- ▶ ne peut pas modifier l'issue du jeu de manière autoritaire,
- ▶ n'influence pas le jeu en communiquant avec les autres joueurs.

Au contraire, on appellera *Principal* tout joueur qui peut modifier une situation sociale,

- ▶ en établissant des règles de communication
- ▶ et/ou des structures d'incitations auxquelles les autres joueurs vont réagir.

# Agents et Principaux : un modèle généralisé

Un problème principal agent généralisé est un modèle hybride entre un jeu coopératif et un jeu non coopératif.

- ▶ Les agents agissent de manière non coopérative, en maximisant leurs objectifs et acceptent passivement tout équilibre de Nash du jeu que le principal aura choisi
- ▶ Les possibilités de communication et de coopération sont entièrement contrôlées par les principaux.

# Plan du cours

0. Coopération, communication, rôles différenciés
1. Introduction aux modèles Principal-Agent
2. Le principe de révélation.

# Introduction aux modèles Principal-Agent

- Définition et idée du modèle principal-Agent
- Exemple 1 : Régulation d'une unité de production
- Implémentation et Mécanisme optimal
- Exemple 2 : le problème des biens publics
- Mécanisme en stratégie dominante et mécanisme bayésien
- Exemple 3 : Mécanisme de Clarke - Groves

# Definition du modèle Principal-Agent

Un principal *délègue* une tâche à un ou plusieurs agents. Principal et agents ont des conflits d'intérêt. Les payoffs du principal et des agents dépendent des actions des agents et du principal.

- Les agents peuvent avoir des domaines de décision privés et/ou des informations que le principal ne peut pas contrôler ou connaître directement.
- Le principal a la possibilité (légale) de demander de l'information aux agents, et après analyse des différentes informations qui lui sont transmises, d'envoyer des prescriptions aux agents, en fonction desquelles ils vont régler leurs actions

# Idée du modèle Principal-Agent

Situation où un acteur (le principal) souhaite déléguer à une tierce personne (l'agent) le soin d'exécuter une tâche en étant intéressé à son résultat. Dans ce contexte, le principal fait face à deux catégories de défaut d'information (appelées asymétries d'information) :

- ▶ Le résultat de l'action, son coût par exemple, peut dépendre des caractéristiques propres de l'agent, connues de lui mais inconnues du principal.
- ▶ Le résultat de l'action peut dépendre d'efforts entrepris par l'agent pour s'acquitter de sa tâche, efforts inobservables directement par le principal. Ce dernier n'en connaît que le résultat mais celui-ci dépend d'aléas extérieurs.

Si le principal ne souhaite pas accomplir lui-même la tâche, il ne peut pas non plus contraindre l'agent à la réaliser coûte que coûte, ce qui viderait le problème de son sens. Il doit donc passer un accord avec l'agent spécifiant, outre la tâche à accomplir, les modalités de rétribution de l'agent, accord que ce dernier est libre d'accepter ou de refuser. Une fois formalisé, cet accord prend la forme d'un contrat entre les deux parties.



# Exemple : régulation d'un monopole public

*les données de l'économie*

■ un principal veut faire produire un bien à un agent.  $q$  unités produites lui rapportent  $q$  et le coût de l'agent est de  $\frac{1}{\theta}q^2$ .

*résolution en information symétrique*

- ▶ le principal (en situation de monopole) donne un *transfert*  $t = \frac{1}{\theta}q^2$  à l'agent et reçoit alors le paiement  $\pi = q - \frac{1}{2\theta}q^2$
- ▶ le principal choisit  $q^* = \theta$  donne  $t^* = \frac{\theta}{2}$  et gagne  $\pi^* = \frac{\theta}{2}$
- ▶ Dans ce modèle, choisir  $q^*$  et  $t^*$  rend le principal maître du jeu.

*problème en information Asymétrique*

- que peut faire le principal si  $\theta \in \{\bar{\theta} > \underline{\theta}\}$ , avec équiprobabilité
- ▶ le principal choisit de donner à choisir entre  $\{(\bar{q}, \bar{t}), (q, t)\}$ 
  - Impossibilité de donner le first best : calculer le mécanisme optimal, tel que l'agent choisit le contrat lui étant destiné qui maximise le profit.
  - ▶ vérifier qu'il donne plus à l'agent le plus productif,

# Mecanism design (1) de l'exemple : les contraintes

- les contraintes de révélation sur les contrats  $(\bar{q}, \bar{t})$  et  $(\underline{q}, \underline{t})$

chaque type choisit le contrat lui étant destiné si

$$\bar{t} - \frac{1}{2\theta} \bar{q}^2 \geq \underline{t} - \frac{1}{2\theta} \underline{q}^2 \quad (\text{R}\bar{\theta})$$

$$\bar{t} - \frac{1}{2\theta} \bar{q}^2 \leq \underline{t} - \frac{1}{2\theta} \underline{q}^2 \quad (\text{R}\underline{\theta})$$

- les contraintes de participation sur les contrats  $(\bar{q}, \bar{t})$  et  $(\underline{q}, \underline{t})$

les agents acceptent les contrats s'ils leur assurent un bénéfice minimal

$$\bar{t} - \frac{1}{2\theta} \bar{q}^2 \geq 0 \quad (\text{P}\bar{\theta})$$

$$0 \leq \underline{t} - \frac{1}{2\theta} \underline{q}^2 \quad (\text{P}\underline{\theta})$$

## Mecanism design (2) : les propriétés des contrats

*Première propriété : production croissante avec la productivité*

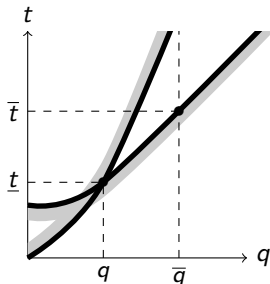
- ▶  $R\bar{\theta}$  et  $R\underline{\theta}$  s'écrit :  $\frac{1}{2\bar{\theta}}[\bar{q}^2 - \underline{q}^2] \leq \bar{t} - \underline{t} \leq \frac{1}{2\underline{\theta}}[\bar{q}^2 - \underline{q}^2]$ . Or, puisque  $\frac{1}{2\bar{\theta}} < \frac{1}{2\underline{\theta}}$
- ▶ nécessairement les trois membres sont positifs, cad  $\bar{t} \geq \underline{t}$  et  $\bar{q} \geq \underline{q}$

*Seconde propriété :  $P\bar{\theta}$  saturée*

- ▶ On peut ordonner les deux membres de droite de  $R\bar{\theta}$  et  $R\underline{\theta}$  :  $\underline{t} - \frac{1}{2\bar{\theta}}\underline{q}^2 > \underline{t} - \frac{1}{2\underline{\theta}}\underline{q}^2$ . Il en résulte que  $P\bar{\theta}$  n'est jamais saturée. Or à l'évidence, à l'optimum,
- ▶ une des deux contraintes est saturée ( $\Rightarrow \underline{\theta}$ ), sinon, on pourrait réduire chacun des deux transferts, de  $\varepsilon$ , sans violer les contraintes de révélation :  $\underline{t} = \frac{1}{2\underline{\theta}}\underline{q}^2$

*Troisième propriété :  $R\bar{\theta}$  saturée*

- On représente les objectifs des deux types dans un espace  $q, t$  : Le type  $\underline{\theta}$  a une utilité  $\underline{U} = t - \frac{1}{2\underline{\theta}}q^2$ , de pente  $q / \underline{\theta}$ , et le type  $\bar{\theta}$ ,  $\bar{U} = t - \frac{1}{2\bar{\theta}}q^2$ , de pente plus faible  $q / \bar{\theta}$ .
- On représente  $(\underline{q}, \underline{t})$  sur  $t - \frac{1}{2\underline{\theta}}q^2 = 0$ , les parties grisées représentent les contraintes de révélation,
- On représente alors un  $\bar{q}$  "compatible". Si le principal minimise  $\bar{t}$ , il choisit  $(\bar{q}, \bar{t})$  "en bas", sur la contrainte  $R\bar{\theta}$ .



## Mecanism design (3) : Arbitrage du principal

D'après le graphique précédent, le contrat obtenu par le type  $\underline{\theta}$  dépend immédiatement du niveau de la rente informationnelle de  $\bar{\theta}$ . On donnera donc plus de rente à  $\bar{\theta}$  si on espère pouvoir faire plus de profit sur  $\underline{\theta}$ .

*Quatrième propriété : sous production de  $\underline{\theta}$ , production optimale de  $\bar{\theta}$*

- remarquons que pour chaque niveau de profit  $\underline{\pi}$  (pour  $\underline{\theta}$ ), on peut associer au plus deux contrats satisfaisant  $q - t = \underline{\pi}$  et  $t - \frac{1}{2\bar{\theta}}q^2 = 0$ , de part et d'autres de la valeur  $q = \underline{\theta}$  optimale. Il n'y a lieu de considérer que la solution induit une moindre rente informationnelle pour  $\bar{\theta}$  cad pour  $q \leq \underline{\theta}$ .
- Il est alors immédiat qu'en ce point  $(\underline{q}, \underline{t})$ , la pente de la courbe d'indifférence de l'agent de type  $\bar{\theta}$  est inférieure à 1, et que le principal, contraint de se déplacer sur cette courbe d'indifférence augmente ses profits s'il l'incite à augmenter sa prod. Ceci, jusqu'à  $\bar{q} = \bar{\theta}$ .

# Résolution de l'exemple

## *l'arbitrage du principal, la solution*

- ▶ Son profit s'écrit  $\pi = \frac{1}{2}(\underline{q} - \underline{t}) + \frac{1}{2}(\bar{q} - \bar{t})$ , droites d'iso-profit de pente 1.
- ▶ qu'il donne ou non un contrat efficace aux  $\underline{\theta}$ , il en donne un aux  $\bar{\theta} : \bar{q} = \bar{\theta}$ .
- ▶ Il donne une rente à  $\bar{\theta}$  pour pouvoir faire produire  $\underline{\theta}$  : rente max si  $\underline{q} = \underline{\theta}$
- ▶ S'il réduit inefficacités côté  $\bar{\theta}$  (cad la rente), il perd production côté  $\underline{\theta}$  ( $\underline{q} < \underline{q}^*$ )
- ▶ le mécanisme est paramétré par  $\underline{q} : \bar{t} - \frac{\bar{\theta}}{2} = \frac{1}{2\underline{\theta}}\underline{q}^2 - \frac{1}{2\bar{\theta}}\underline{q}^2$ ; d'où une fct  $\pi(\underline{q})$
- ▶ la solution optimale, après calcul, est  $\underline{q}^{**} = \underline{\theta} \left[ \frac{\bar{\theta}}{2\bar{\theta} - 2\underline{\theta}} \right] < \underline{\theta} = \underline{q}^*$ .

# Description de l'équilibre

Ce que produit l'équilibre

- ▶ Un niveau de production optimale, contingent à  $\theta$  :  $\underline{q}, \bar{q}$
- ▶ Un mécanisme de transfert,  $\underline{t}, \bar{t}$ , pour l'*implémenter*
- ▶ Note : toute l'information est révélée ( $\Leftarrow$  rentes)

Le mécanisme de l'équilibre

- ▶ Le principal s'engage sur (l'offre) des contrats  $\{(\bar{q}, \bar{t}), (\underline{q}, \underline{t})\}$
  
- ▶ En réponse (au mécanisme) les agents ont une stratégie dominante

Un mécanisme alternatif aux mêmes effets

- ▶ Les agents révèlent dans un premier temps leur  $\theta$ .
  
- ▶ L'offre du principal est contingente à  $\theta$  :  
$$\underline{\theta} \mapsto \{(\underline{q}, \underline{t})\} \quad \bar{\theta} \mapsto \{(\bar{q}, \bar{t})\}$$

# Mécanisme et engagement

- Cette description d'un échange d'information et de recommandation n'a d'intérêt que s'ils produisent quelque chose. Ils produisent un effet s'ils sont crédibles, c'est-à-dire que la séquence est connue par tous les joueurs et lorsque le principal est capable de se LIER à cette séquence. On appelle Mécanisme la mise en place de telles règles de communication.
  
- On parlera de contrat pour souligner cet aspect d'engagement du principal

# Implémentation et Mécanisme optimal

## Mécanisme optimal

- ▶ Le niveau de production optimale, contingent à  $\theta$  :  $\underline{q}, \bar{q}$

## Implémentation (parfois un problème indépendant)

- ▶ Quels sont les contrats qui permettent d'implémenter  $\underline{q}, \bar{q}$  ?

- ▶ *Ex Ante*, le principal s'engage sur des contrats sur lesquels il ne pourra pas revenir après. C'est

$$\{\underline{\theta} \mapsto \{(\underline{q}, \underline{t})\} ; \bar{\theta} \mapsto \{(\bar{q}, \bar{t})\}\}$$

- ▶ Les agents révèlent dans un premier temps leur  $\theta$ . Ils le font ayant l'assurance que les principaux se tiendront aux contrats auxquels ils se sont engagés.

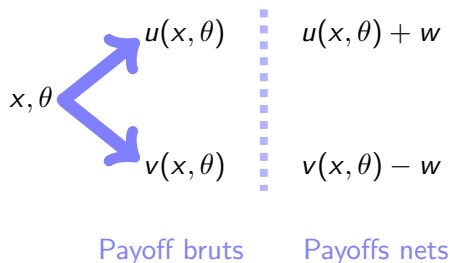
- ▶ La recommandation du principal est alors contingente à  $\theta$  :

$$\underline{\theta} \mapsto (\underline{q}, \underline{t}) \quad ; \quad \bar{\theta} \mapsto (\bar{q}, \bar{t})$$



## Le même exemple revisité

Un joueur  $P$  décide d'une transaction avec un agent, portant sur  $x \in X \subset \mathbb{R}^n$  et sur  $w \in \mathbb{R}$ . L'agent a une information privée  $\theta$  qui affecte à la fois ses préférences et le bénéfice du joueur  $P$ .



- ▶ A ce stade de la modélisation, le joueur  $P$  a le pouvoir de choisir  $w$  et  $x$  sans toutefois connaître  $\theta$ , mais la distribution  $F(\theta)$ . On pourrait analyser cette interaction comme un jeu bayésien.
- ▶ Mais, si  $P$  est un principal, il peut tenter d'extraire un peu d'information et décider par la suite de  $x$  et de  $\theta$ .
- ▶ Pour ce faire, il peut se lier à un contrat.
- ▶ Un contrat (ou un mécanisme) est un jeu caractérisé par un ensemble de stratégie de reporting  $\Theta$  et de recommandations  $(w(\cdot), x(\cdot)) : \Theta \rightarrow X \times \mathbb{R}$ ,
- ▶ cad le principal impose un ensemble de messages possibles,  $\Theta$  (le refus de répondre pouvant être dans  $\Theta$ ) et donne la règle du jeu.

# L'exemple classique des biens publics

On considère une économie où coexistent deux consommateurs, A et B, dont le niveau de satisfaction dépend de deux biens, un bien privé noté  $X$  et un bien public noté  $Z$  :  $U_A = X_A Z_A^{\theta_A}$  et  $U_B = X_B Z_B^{\theta_B}$ . Il n'existe initialement que du bien  $X$ . Le bien public  $Z$  est produit par un "centre" suivant la technique :  $Z_C = F(X_C) = X_C$ .

- ▶ Question normative : Quelles sont les allocations optimales de Pareto ?
- ▶ Question d'implémentation : Comment financer ce bien public : Existe-t'il des systèmes de transfert des agents vers le centre pour que l'allocation optimale soit réalisable. Quels sont les critères alternatifs ?
- ▶ Au stade zéro de la modélisation, on suppose que le joueur C peut choisir  $Z$  mais ne connaît pas individuellement les types A et B, le rendant incapable de faire des transferts contingent aux types.
- ▶ Si C est un principal, il n'a pas assez d'instruments pour extraire l'information et décider par la suite de  $t_A$  et  $t_B$ . En effet, ici, puisque  $Z_A = Z_B$ , les contraintes de révélation impliquent toujours  $t_A = t_B$ .
- ▶ Si on abandonne l'idée d'un contrat centralisés, il existe bien des équilibres de souscriptions, chaque type déclarant  $S_A$  et  $S_B$ , et C produisant  $Z = S_A + S_B$ , mais ils sont inefficaces.

# Mécanisme et stratégies des agents

L'exemple précédent suggère qu'il pourrait être intéressant que le mécanisme instauré par le principal dépende des reporting de l'ensemble des agents, c-à-d un mécanisme de la forme  $M : \theta \mapsto (m_1(\theta), m_2(\theta), \dots, m_n(\theta))$  où  $m_i(\theta)$  est le contrat de l'agent  $i$  contingent à l'ensemble des annonces  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ .

- On dit que le mécanisme est en stratégie dominante si étant donné le mécanisme  $M$ , la réponse optimale de l'agent est indépendante des stratégies de réponse des autres agents. L'équilibre est obtenu élimination des stratégies strictement dominées.
- On dit que le mécanisme est Bayésien si étant donné le mécanisme  $M$ , la réponse optimale de l'agent dépend des stratégies de réponse des autres agents. Les agents jouent alors un équilibre Bayésien.

## Financement d'un bien public : le contexte

Un décideur (autorité publique) doit décider du niveau de bien public à produire pour l'ensemble de ses administrés ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). On note  $q$  la quantité de bien public,  $v_i(q)$  l'utilité brute qu'en retire l'agent  $i$  et  $u_i(q) = v_i(q) - t_i$  l'utilité nette qu'en retire ce même agent, étant donné les transferts monétaires qui ont accompagné cette décision : en effet dans son choix, le principal a financé auprès de tous les agents ce bien public en demandant à l'agent  $i$  une contribution monétaire que l'on notera  $t_i$ .

Ainsi, décider du niveau de production d'un bien public, c'est

1. décider de la quantité de bien public  $q$  à produire,
2. et en même temps décider de son financement, le coût étant ventilé entre tous les agents.

# Financement d'un bien public et méconnaissance de l'information pertinente pour la décision

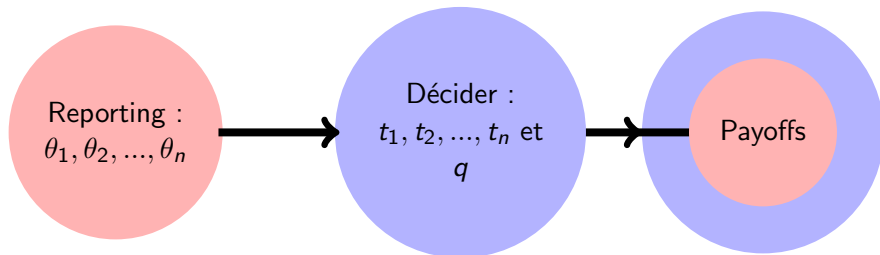
Ces décisions d'investissement en bien public s'accompagnent généralement d'un manque crucial d'information. En particulier, ces décisions doivent être prises alors que le décideur ne connaît pas les préférences des agents, tant leur utilité brute qu'ils retirent du bien public que la désutilité qu'ils perçoivent par le financement de ce bien public

C'est dans ce contexte que l'emploi de *mécanisme* peut se révéler très pertinent.

**Définition :** On appelle mécanisme tout système de décision du décideur, tant en niveau de bien public, qu'en niveau de transfert, qui est contingent aux annonces de chacun des agents.

# Financement d'un bien public et mécanisme

Si le centre peut IMPOSER un système de transfert contingent aux annonces, le mécanisme se déroulera dans la séquence suivante :



Les caractéristique du problème considéré :

- $n$  agents, de type agrégé  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ , privé
- $q$ , à produire. Les transferts du principal vers l'agent  $i$  sont notés  $t_i$
- ▶ Un mécanisme se représente comme un système de transferts  $t_i(\theta)$  contingents à l'ensemble des annonces :  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ .
- ▶ les annonces  $\theta$  résultent en un financement  $\sum_i t_i(\theta)$  disponible qui détermine exactement  $q$ .

# Préalable normatif

Avant d'étudier les mécanisme, il est indispensable de comprendre quel serait la décision optimale du décideur public, dans le cas où il connaîtrait exactement l'information  $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ . Il résoudreait le problème suivant :

$$\begin{aligned} \max_{q, (t_i)_i} \quad & \sum_i v_i(q, \theta_i) - t_i \\ \text{s.c.} \quad & C(q) \leq \sum_i t_i \end{aligned}$$

On note  $q^*$  la quantité optimale de bien public produite optimalement.

Hypothèses retenues

- Utilités quasi-linéaires des agents :  $u_i(q, t_i, \theta_i) = v_i(z, \theta_i) - t_i$ .
- Coût de production du bien public  $v_0(q) = C(q)$  (convexe)

# Le mécanisme de Clarke - Groves

Dans la fin des années 50, deux chercheurs ont trouvé une classe générale de mécanismes par lesquels il est possible d'implémenter le niveau  $q^*$  optimal de bien public.

Le mécanisme de Clarke - Groves

- ▶ - 1 - le principal décide de produire le niveau de bien public  $q^*(\theta)$  dès qu'il entend les annonces  $\theta$
- ▶ - 2 - la contribution de l'agent  $i$  dépend des annonces des autres et du  $q^*$  présumé suivant le schéma :  $\forall i \quad t_i(\hat{\theta}) = \sum_{j \neq i} v_j(q^*(\hat{\theta}), \theta_j) - T_i$   
où  $T_i$  est une constante de  $i$  indépendante du type de  $i$   
et  $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_n)$  la valeur annoncée
- ▶ Théorème : si  $i$  anticipe que les autres répondent leur vrai type, alors  $i$  a lui aussi intérêt à répondre son type et il obtient comme utilité l'objectif social. C'est-à-dire que tous disent la vérité est un équilibre de NASH BAYESIEN.
- ▶ Remarque : Pour plus de généralité, on peut considérer que  $T_i$  est une fonction de  $\hat{\theta}_{-i}$ . Le problème de Clarke et Groves est de choisir ces constantes pour  $\pm$  balancer le budget.



## Clarke - Groves : L'idée du mécanisme

Ainsi, le mécanisme de Clarke et Groves met tous les agents en situation qu'ils maximisent l'optimum social quand ils déclarent la vérité.

Autrement dit, l'idée est de choisir un système de transferts tel que l'utilité de chaque agent  $i$  soit égale au surplus total de l'économie, quand tous disent la vérité (à une constante près).

# Clarke - Groves : AN

Construction d'un pont, d'une piscine ...

- $z = 1$  : construction
- $z = 0$  : projet abandonné
- $i = 1, \dots, n$  :  $u_i(z, t_i, \theta_i) = \theta_i q - t_i$  ;  $\theta_i$  est le consentement à payer de l'agent  $i$ , a priori inconnu du décideur.
- $v_0 = cq$  : le coût de la construction est linéaire.

La quantité efficace de bien public

- ▶ Maximiser le surplus net total, en considérant la contrainte de financement, revient ici à *maximiser le surplus net total*, soit, ici, résoudre le problème  $\max_q \sum_i (\theta_i - c)q$
- ▶ sans grande surprise, la piscine devrait être construite only si  $\sum_i \theta_i \geq c$ .

Le mécanisme de Clarke - Groves proposé dans ce cas :

$$\text{▶ } \forall i \quad t_i(\hat{\theta}) = \begin{cases} \sum_{j \neq i} [\hat{\theta}_j] - c & \text{si } \sum_i \theta_i \geq c \\ 0 & \text{si } \sum_i \theta_i < c \end{cases}$$

- ▶ Note : ce mécanisme permet que chacun révèle sa disposition à payer et donc de prendre efficacement la décision ou non de construire le bien public.
- ▶ Note : Cependant ce mécanisme n'est pas balancé : les agents payent plus que  $c$  quand la somme de leurs disposition à payer est  $> c$ .

# Motivation, et/ou Justification du rôle du principal

- Le principal a une position de *monopole* : son bénéfice est maximum quand il extrait le plus d'information possible et quand il contrôle le choix des agents
- Le principal est *bénévolent* : il nécessite d'un maximum d'information pour trouver le meilleur objectif social, et il est nécessaire dans l'étape d'implémentation qu'il puisse contrôler le choix des agents

# Le principe de révélation

- Mécanismes de coordination
- Stratégies de participation
- Equilibre du modèle Principal-Agent
- Principe de révélation
- Exemples

# Forme des mécanismes

En établissant les règles d'un jeu ou d'un mécanisme de coordination, tout principal va être confronté à des problèmes d'information cachée ou d'action non vérifiable. La question traitée dans cette deuxième partie du chapitre est de savoir si les mécanismes qui seront employés auront pour objet ou non

- ▶ de révéler (partiellement, totalement ou pas du tout) l'information détenue par les agents
- ▶ d'inciter (partiellement, totalement ou pas du tout) à choisir des actions particulières

# Les contraintes du principal

En établissant les règles d'un jeu ou d'un mécanisme de coordination, tout principal doit prendre en compte deux types de contraintes (informationnelles)

- ▶ Les agents peuvent avoir des informations privées qu'il ne peut pas directement observer.  
 $t \in T = T_1 \times T_2 \times \cdots \times T_n$
- ▶ Les agents peuvent avoir des domaines de décision privés qu'il ne peut pas contrôler directement :  $D_1 \times \cdots \times D_n$

On suppose que l'interaction est telle que ces informations ainsi que ces actions influencent directement les payoffs de tous les agents.

## Les règles du principal

Le principal peut par ailleurs prendre des décisions  $d_0$  qui concernent directement les agents. Ces décisions peuvent bien entendu prendre la forme de transferts, éventuellement contingents.

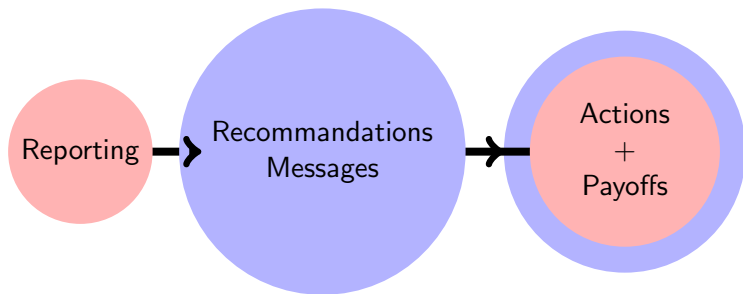
# Timing du jeu, différence avec les jeux bayésiens

Il faut rappeler premièrement que les agents n'ont aucune incertitude sur les mécanismes sur lequel le principal s'engage (car il est principal). Mais la dynamique de dévoilement des règles du jeu peuvent aller plus ou moins de pair avec les informations que les agents vont relayer vers le centre. Ainsi, il se peut que les règles mises en place par le principal ainsi que tous les aspects contingents de ses actions ne soient connues des agents que pendant le cours du jeu et non au début du jeu, comme dans les exemples élémentaires que nous avons traité.

- ▶ La révélation de l'information qu'ont les agents sur leur type est éventuellement partielle
- ▶ Au contraire, la *stratégie* du principal –cad la description exhaustive du mécanisme– est connue de tous ex-ante. *mais*, le principal peut ne dévoiler la réalisation de  $d_0$  qu'après que les agents aient rapporté quelque info. Il peut aussi choisir de redonner de l'information. Il peut enfin donner des recommandations directes aux agents sur leurs actions. On parle des “messages” et des “décisions” du principal

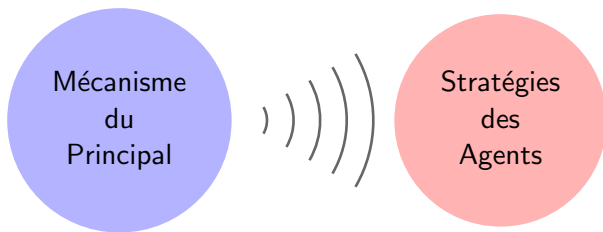


## Phases “réelles” du mécanisme



Recommandations et messages donnent les contours d'un jeu bayésien, on supposera que les actions choisies par les agents forment un équilibre bayésien.

# Les stratégies des agents



## Remarques

- ▶ Les agents prennent seulement en compte le mécanisme pour déterminer leur stratégie.
- ▶ Cette stratégie concerne non seulement la phase de reporting, mais aussi les décisions après la réception des messages, car le principal s'est engagé sur la totalité du déroulement du mécanisme.

# Equilibre

## Equilibre Bayesien

Etant donné le mécanisme de coordination  $((R_i, M_i)_{i=1}^n, \pi)$ , un ensemble de stratégies de participation  $(\rho_i, \delta_i)$  forme un équilibre si et seulement si pour tout agent, il n'existe pas d'autres stratégies de participation qui lui donne une espérance d'utilité ex ante plus grande. Formellement si pour tout  $i$  et pour toute stratégie de participation alternative  $(\tilde{\rho}_i, \tilde{\delta}_i)$ , on a :

$$V_i((\rho_1, \delta_1), \dots, (\rho_i, \delta_i), \dots, (\rho_n, \delta_n)) \geq V_i((\rho_1, \delta_1), \dots, (\tilde{\rho}_i, \tilde{\delta}_i), \dots, (\rho_n, \delta_n))$$

## Rationalité interim

A ce stade, il convient de remarquer que le choix de l'action de l'agent  $i$  intervient après qu'il ait reçu le message du principal. Ne devrait-on pas alors considérer le payoff intérim de l'agent comme l'élément qui préside à sa décision ? La réponse est oui. La réponse est aussi que lorsque l'on considère le payoff ex ante, comme on le suggère, on arrive à un critère de choix identique, étant donné les anticipations des autres agents sur le comportement des différents types de l'agent  $i$ .

# Mécanisme optimal

Mécanisme optimal

Le problème du principal est de trouver un mécanisme de coordination qui maximise son profit

# Effets d'un Mécanisme

Ce qu'on s'attend à observer d'un mécanisme

Etant donné un mécanisme de coordination  $(\pi(d_0, m|r_i))$  et étant donné les stratégies de participation de chaque agent, en réponse,  $r_i = \rho_i(t_i)$  et  $d_i = \delta(t_i, m)$ , il est possible de calculer *ex ante* la distribution des différents rapports, messages et actions des différents acteurs du jeu. On obtient donc *ex ante* une distribution

$$(P(r, m, d))$$

Distribution de toute l'économie

mais en fait, on peut croiser ce que l'on obtient avec la distribution qu'on connaissait au départ. On a donc une description encore plus complète de la distribution de l'économie

$$(P(t, r, m, d))$$

Distribution induite

partant de cette description complète et exhaustive de l'économie, on peut extraire une distribution des types et des actions dans laquelle le mécanisme n'apparaît plus

$$(P(t, d))$$

# Représentation d'un Mécanisme

Ci-après la représentation proposée dans l'article de Myerson 1982

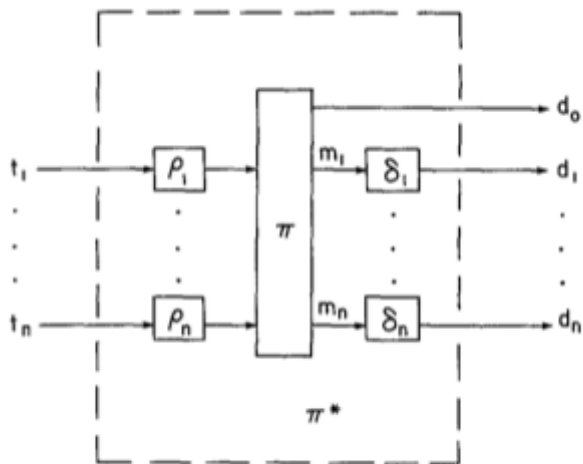


Fig. 1

# Simplification d'un Mécanisme

Dans le fond, ce qu'opère un mécanisme est assez simple

$$(P(t, d))$$

il favorise le choix de certaines actions en relation avec les types des agents.

En d'autres termes, puisque certaines actions vont être corrélées avec les types des agents, les mécanismes produisent de l'information.

Ce n'est pas si éloigné de la préoccupation que l'on avait au départ de ce chapitre : comment faire se révéler suffisamment d'information de manière à ce que les agents se coordonnent au mieux dans l'économie.

La question suivante en est le corollaire.

Existe-t'il des mécanismes qui produisent les mêmes effets (en termes de distribution des types et des actions), plus simples, c'est-à-dire écrits en termes de ces types et de ces actions.

# Mécanismes directs - Mécanismes incitatifs

## Mécanismes directs

On dit que le mécanisme est *direct* - si l'ensemble des reportings de l'agent peut s'exprimer est égal à l'ensemble de ses types et - si les seuls messages que peut envoyer le principal sont des recommandations sur les actions que doit prendre l'agent  $i$ .

Formellement, cela signifie

$$\blacktriangleright \quad R_i = T_i \quad M_i = D_i$$

## Agents honnêtes et obéissants

Etant donné un mécanisme direct, on dit que les agents sont honnêtes et obéissants si leur stratégie d'équilibre est d'avouer leur type et de suivre les recommandations du principal

$$\blacktriangleright \quad \rho_i^*(t_i) = t_i \quad \delta_i^*(d_i, t_i) = d_i$$

## Mécanisme incitatif

On dit qu'un mécanisme direct  $\pi$  est incitatif si les stratégies honnêtes et obéissantes forment un équilibre.



# Principe de révélation

Principe de révélation

Etant donné un équilibre de stratégies de participation  $(\rho_i, \delta_i)$ , lorsque le principal s'engage sur le mécanisme de coordination  $((R_i, M_i)_{i=1}^n, \pi)$ , alors, il existe (un autre) mécanisme direct incitatif dans lequel le principal obtient la même espérance d'utilité que dans l'équilibre initial. Il s'ensuit que le mécanisme direct incitatif est aussi optimal dans l'ensemble de tous les mécanismes de coordination.

# Interprétation du principe de révélation

- A tout processus de décision, on peut associer un mécanisme direct incitatif qui en fournit une représentation plus concise.
- Lorsque l'on recherche le mécanisme optimal, on peut se contenter de rechercher ce mécanisme parmi les mécanisme directs révélateurs.
- Dans un modèle Principal-Agent, toute l'information est révélée. C'est toujours dans l'intérêt du principal d'extraire l'information, même si cela a un coût.
- Dans un modèle Principal-Agent, l'agent choisit toujours l'action voulue par le principal même si cela a un coût.
- ▶ Notez que ce principe de révélation généralisé est très robuste, on a fait aucune hypothèse particulière pour y arriver, hormis qu'il n'y a qu'un seul principal, et qu'il contrôle à la fois le reporting et en partie la décision des agents.

# Exemples