Economie Théorique

4

Comportements moutoniers

M2 Economiste d'Entreprise - Arnold Chassagnon, Université de TOURS, PSE - Hiver 2015

Economie Théorique

4

Comportements moutoniers

M2 Economiste d'Entreprise - Arnold Chassagnon, Université de TOURS, PSE - Hiver 2015

Plan des applications

- Un exemple de cascades informationnelles : Bikhchandani, Sushil ; Hirshleifer, David ; Welch, Ivo : « A Theory of Fads, Fashion, Custom, and Cultural Change as Informational Cascades»,*The Journal of Political Economy ; 100, 5 ;* 992-1026, (Oct 1992)
    *
    *
    *
    *
    *
    *
    *
    *
    *
    *
    *
    *
    *
    *

Enseignements de la sagesse

- Les croyances des masses sont fragiles
- Des petits chocs informationnels conduisent à des transformations appreciables de la rumeur et des croyances

Definition d'UNE cascade

Définition : on parlera de cascade d'information, lorqu'UN agent, en position de décider, ne prend pas en compte l'information dont il dispose, ou plus exactement, quand aucune des informations qu'il pourrait disposer ne modifie son choix.

- Souvent, les cascades arrivent en cascade.

questions posées

- Comment une cascade arrive-t'elle, quel est son mécanisme ?
- Quelle est la vraissemblance qu'un phénomène de cascades arrive ?
- Comment les modes fluctuent-elles ?
- Quelle est l'efficacite des campagnes publiques d'information ?

Transmission d'information

1. Les agents disposent de l'information *acquise* grace à ceux ceux qui les ont précédés

2. Les agents ne disposent que de l'information concernant *les choix* de ceux qui les ont précédés

Le modèle

- Supposons qu'il y a une série d'agents qui doivent adopter ou refuser un comportement (ex : copier à l'examen ou ne pas copier) : on dira dans la suite adopter un investissement.

  - Le coût C de la décision est certain
    $C = 1/2$
  - Le bénéfice est incertain

La règle de choix de cet agent dont l'utilité est $V - C$ est simple : si $E[V] > 1/2$, il adopte, si $E[V] < 1/2$, , il n'adopte pas.

$$\begin{tikzcd} & 1 \\ V = \arrow[ur, "1/2"] \arrow[dr, "1/2"'] & \\ & 0 \end{tikzcd}$$

  - Chaque agent diffère par un signal privé qu'il va recevoir H ou L
    L'idée est que le signal H est une bonne nouvelle, et L, une mauvaise nouvelle.

Que produit un signal : au-delà de la cuisine

Le titre de ce transparent n'est pas exactement la vraie question.
La vraie valeur de V ne se déduit pas directement du signal.

- la vraie valeur de V dans Ω
- la vraie valeur de V est déjà réalisée
- V se réalise, et, *en même temps* que l'envoi aléatoire des signaux.

$\Rightarrow$ Les signaux et V sont produits conjointements

- Le signal est affecté par la vraie valeur de V
  plus exactement, c'est la probabilité d'occurence qui est affectée
- ici, $p_i(\sigma_i = H|\ V = 1) = p_i$, $p_i(\sigma_i = H|\ V = 0) = 1 - p_i$
  pour simplifier : $p_i(\sigma_i = H|\ V = 1) = p$, $p_i(\sigma_i = H|\ V = 0) = 1 - p$
- On peut alors calculer $p(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_i|\ V = 1)$
- On fait à la fois des hypothèses sur l'occurence du signal
  et des hypothèses sur la distribution initiale de V
  cad des *hypothèses de cohérence interne* $V \longleftrightarrow \sigma$

Distribution des signaux $\ggg$ distribution de V

We examine the special case of identically distributed signals ($p_i = p$ for all i). The expected value of adoption is just $E[V] = \gamma * 1 + (1-\gamma) * 0$, where γ is the posterior probability that the true value is one. As a tie-breaking convention, an individual indifferent between adoption and rejection adopts or reject with equal probability.

- Les signaux sont observés avec la probabilité $p_i = p(H|V=1)$ ou $p_i = p(H|V=0)$
  des observations des signaux, on peut faire une inférence sur
  - γ, $\gamma = prob(V = 1|$ observations $)$ et en déduire
  - $E[V] = \gamma * 1 + (1-\gamma) * 0 = \gamma$
  - soit, une règle de comportement.

- Pratiquement, avec ce que l'on a observé
  on cherchera à calculer $p(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_i |\ V = 1)$,
  par exemple $p(H, H, \ldots, H|\ V = 1) = p^n$, ...

Inférence bayesienne

La règle de Bayes, toujours vraie est $p(A|B)p(B) = p(B|A)p(A)$.
Ainsi, ici, l'inférence sur la valeur $V = 1$ s'écrit :

$$
\begin{aligned}
& p(V = 1|\text{observations}) \\
&\quad = \frac{p(\text{observations}|V = 1) * 1/2}{p(observations)} \\
&\quad = \frac{1}{2}\frac{p(\text{observations}|V = 1)}{p(\text{observations} \cap V = 1) + p(\text{observations} \cap V = 0)} \\
&\quad = \frac{p(\text{observations}|V = 1)}{p(\text{observations}|V = 1) + p(\text{observations}|V = 0)} \\
&\quad = \frac{1}{1 + \dfrac{p(\text{observations}|V = 0)}{p(\text{observations}|V = 1)}}
\end{aligned}
$$

d'où

$$
p(V = 1|\text{obs.}) > 1/2 \iff p(\text{obs.}|V = 0) < p(\text{obs.}|V = 1) \tag{1}
$$

Conditions d'apparition de cascades dans notre modèle

Lemme : Dans le modèle précédemment décrit, si un le 3e décideur voit les signaux H et H, il choisit d'adopter, quel que soit son signal.

Démonstration.

- Si le 3e agent a déduit du comportement des deux premiers qu'il y a eu les signaux H et H, et qu'il a son propre signal H, alors, il infère $p(V = 1|HHH) = \dfrac{p^3}{p^3 + (1-p)^3} > 1/2$.
- Si le 3e agent a déduit du comportement des deux premiers qu'il y a eu les signaux H et H, et qu'il a son propre signal L, alors, il infère $p(V = 1|HHL) = \dfrac{p^2(1-p)}{p^2(1-p) + (1-p)^2 p} > 1/2$.

$\square$

Apparition de cascades dans notre modèle (1)

Comportement du premier agent Le premier agent, suivant la règle (**??**), *adopte* si son signal est H ou n'adopte pas si son signal est L. Il y a une exacte correspondance entre son signal et son comportement.

Comportement du second agent Tout se passe comme si le second agent observait deux signaux. 1. Dans le cas de similitude de son signal avec celui de son prédecesseur, il suit son signal : On a vu dans le précédent transparent qu'après la séquence de signaux HH, il *adopte* et qu'après la séquence de signaux LL, il n'adopte pas. 2. Si son signal n'est pas en cohérence avec le signal de son prédecesseur S'il déduit le signal HL ou LH, il est *indifférent* : $p(V = 1|HL) = \big(p(1-p)/((p(1-p) + (1-p)p)\big) = 1/2$.

Apparition de cascades dans notre modèle (II)

Comportement du troisième agent Le cas du troisième agent est plus subtil :

- Il a observé deux adoptions,
- il a observé une adoption
- il n'a pas observé d'adoption

Lemme : Quand le troisième agent observe deux adoptions, quel que soit son signal, il doit adopter.

Quand le troisième agent observe 2 adoptions, il a une incertitude sur le signal que le second agent a reçu :

$$\nearrow HH \qquad \frac{p^2}{p^2 + p(1-p)/2}$$

$$\searrow HL \qquad \frac{p(1-p)/2}{p^2 + p(1-p)/2}$$

Cela conduit à un certain calcul de $p(V = 1|2\text{obs. dans le même sens})$

Fréquence de cascades dès le troisième joueur

Le troisième joueur n'est pas dans une cascade si et seulement si il a observé deux signaux contradictoires, soit HL ou LH, de probas respectives $\frac{1}{2}p(1-p)$.
On en déduit la fréquence des cascades *up* et *down*.

$$\frac{1-p+p^2}{2}\ ,\ p-p^2\ ,\ \frac{1-p+p^2}{2}$$

Fréquence de cascades dès le $2n+1$ joueur

Le $2n+1$ joueur n'est pas dans une cascade si et seulement si les joueurs $2n-1$, $2n-3$, ..., 3, auparavant n'ont pas été dans des situations de cascades, et que, par paire, il y a eu des séquences de signaux contradictoires. Ces signaux contradictoires étant de probabilités $p(1-p)$ tous les deux ans, la proba de "pas de cascade en $2n+1$ est donc $[p(1-p)]^n$.

$$\frac{1-(p-p^2)^n}{2}\ ,\ (p-p^2)^n\ ,\ \frac{1-(p-p^2)^n}{2}$$

En résumé, apparition des cascades

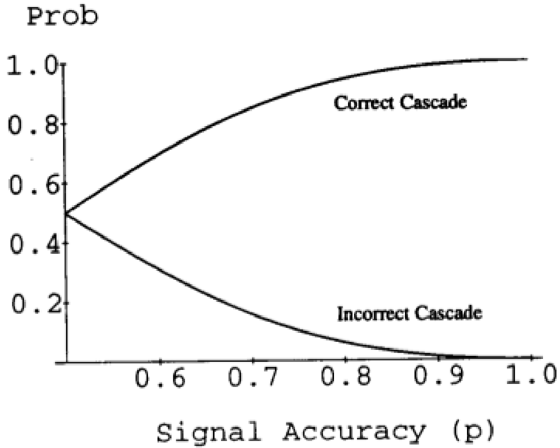

FIG. 1.—Probability of a correct and an incorrect cascade as a function of p (p is the probability that the signal is high [H] given that the true value is high [eq. (1)]). Even for large p, the probability of ending up in the wrong cascade is considerable.

Retour sur Banerjee

> *There are two restaurants A and B that are next to each other, and it is known that the prior probabilities are 51 percent for restaurant A being the better and 49 percent for restaurant B being better. People arrive at the restaurants in sequence, observe the choices made by the people before them, and decide on one or the other of the restaurants. Apart from knowing the prior probabilities, each of these people also got a signal which says either that A is better or that B is better (of course the signal could be wrong). It is also assumed that each person's signal is of the same quality.*

- Quelle est la structure des signaux implicite dans ce texte ?
- Dire que les signaux de chacune des personnes sont de même qualité signifie en particulier que recevoir le signal "A est bon" est aussi pertinent pour dire que A est bon que ne l'est recevoir le signal "B est bon" est aussi pertinent pour dire que B est bon, autrement dit

$$p(A \text{ meilleur que } B | \text{signal } A \text{ bon}) = p(B \text{ meilleur que } A | \text{signal } B \text{ bon})$$

Retour sur Banerjee (2)

> *Suppose that of the 100 people, 99 have received signals that B is better but the one person whose signal favors A gets to choose first. Clearly, the first person will go to A. The second person will now know that the first person had a signal that favored A, while her own signal favors B. Since the signals are of equal quality, they effectively cancel out, and the rational choice is to go by the prior probabilities and go to A.*

- Expliquer le mécanisme de l'empilement de cascade décrit par ce texte
- Expliquer pourquoi la cascade est possibles même lorsque 99/100 reçoivent le signal B est bon. Que permet de mesurer ce chiffre 99/100
- Les chiffres 99/100 et 51/100 (l'a priori pour le restaurant A) ne sont-ils pas contradictoires ?

Retour sur Banerjee (2) - réponses à la première question

Pour simplifier, on va donner un nom aux différents évènements :

- α : un agent reçoit le signal que le restaurant A est meilleur
- A : le restaurant A est meilleur que le restaurant B
- β : un agent reçoit le signal que le restaurant B est meilleur
- B : le restaurant B est meilleur que le restaurant A

- **[Premier agent]** On suppose implicitement que les signaux sont positivement corrélés avec ce qu'ils sont censé signalé. Ainsi, $p(A|\alpha) > 1/2$. C'est la raison pour laquelle, lorsque le premier choisit le restaurant A quand il reçoit le signal α.

- **[Second agent]** Quand le deuxième joueur reçoit le signal β, il sait que le premier agent a reçu le signal α, et les deux signaux se sont annulés :

$$
\begin{aligned}
p(A|\alpha\beta) &= \frac{p(\alpha\beta|A) * 51/100}{p(\alpha\beta)} \\
&= \frac{p(\alpha\beta|A) * 51/100}{p(\alpha\beta|A) * 51/100 + p(\alpha\beta|B) * 49/100} = \frac{51}{100}
\end{aligned}
$$

Et donc, le second choisit A, $\forall$ son signal $\Rightarrow$ 2e pas informatif pour le 3e

- **[3e agent]** Il ne regarde que le signal du 1er et ...choisit **A** ...

Retour sur Banerjee (2) - réponses aux questions 2 et 3

- La cascade provient uniquement du fait que le premier agent a eu un signal α, et que l'a priori sur l'évènement *A* était $51/100 > 1/2$. Il en suffit d'un. En effet, tous les agents qui suivent le second agent analysent les conditions de choix de ce dernier et savent qu'il n'a pas utilisé son information. Et ainsi de suite . . .

- On doit remarquer que le chiffre 99/100 n'est pas connu des agents car *chaque agent n'observe que son propre signal et les actions des agents qui le précèdent.*

Cependant, comment le chiffre 99/100 est-il compatible avec l'a priori 51/100 ? Il y a une manière peu satisfaisante mais correcte d'y répondre :

  - *a priori exogène* : Il y a des éléments extérieurs au modèle qui ont permis que se forme cet a priori. Les agents ont alors un maigre élément de vérification à travers leur signal.