Actualisation

M1 - Arnold Chassagnon, Université de Tours, PSE - 2012

Plan du cours

1. Transferts de richesse et allocation intertemporelle de la consomma

   Déterminants des taux d'intérêt d'*équilibre*

2. Taux d'intérêt sur plusieurs périodes

   Flux actualisés

1.

Allocation intertemporelle de la consommation & Transferts de richesse

via les marchés financiers Taux d'intérêt d'équilibre

Transferts de biens via des transferts de richesses

- Dans cette partie du chapitre, on montre dans une économie d'échange que des marchés de biens datés peuvent être remplacés par des marchés financiers qui permettent aux consommateur de transférer de la richesse puis d'acheter leurs biens aux prix de la consommation de chaque période.

- Cette représentation s'étend aux économies avec production : à chaque période, <u>les stocks de biens sont produits et consommés dans la période</u>. Ce sont seulement les droits de consommer qui peuvent être transférés d'une période à l'autre, entre des consommateurs qui vivent pendant les mêmes périodes, et plus généralement, d'une génération à l'autre.

(a) économie d’échange - Taux d’intérêt implicite
(b) Investissement fonction du taux d’intérêt et non des préférences
(c) équilibre général : détermination du taux d’intérêt

Economie d'échange à deux dates, un bien, deux agents

deux dates, $t = 0$, $t = 1$, deux agents, $i \in \{a, b\}$

- dotation initiales : $\omega^i = (\omega_0^i, \omega_1^i)$
- consommations finales : $c^i = (c_0^i, c_1^i)$
- utilités : $u^i(c_0^i, c_1^i)$: elles décrivent les préférences relatives entre consommer aujourd'hui et consommer demain.

Ces agents peuvent opérer des échanges mutuellement avantageux, c'est-à-dire réallouer les biens de chacune des périodes :

- à la période 0 : $c_0^a + c_0^b = \omega_0^a + \omega_0^b = \Omega_0$
- à la période 1 : $c_1^a + c_1^b = \omega_1^a + \omega_1^b = \Omega_1$

de façon à ce que l'utilité de chacun augmente. On dira alors

Economie d'échange (les optima de Pareto)

On peut chercher dans un premier temps les optima de Pareto

- Chaque optimum de Pareto est caractérisé par le fait que les taux marginaux de substitution du bien de période 1 en bien de période 0 sont égaux pour les deux agents, c'est à dire l'égalité du nombre de bien de période 0 qui compensent la perte de 1 unité de bien de période 1.
- ce TMS définit *implicitement* un prix d'équilibre, le prix relatif du bien de période 1 en prix du bien de période 0, que l'on peut noter p_1 / p_0. En effet, si après ces échanges, on définit les prix p_0 et p_1 dans l'économie, aucun agent ne désire faire d'échange supplémentaire.
- la valeur r définie par $\frac{1}{1+r} = p_1 / p_0$ est communément appellée le *taux d'intérêt de l'économie*.

Economie d'échange (économie bancaire)

On peut analyser dans un second temps une économie bancaire. Les deux agents peuvent s'ils le désirent emprunter ou prêter au taux d'intérêt de marché r.

- l'agent i épargne z (on parle d'emprunt si $z < 0$), sa position finale est $c_0 = \omega_0^i - z$ et $c_1 = \omega_1^i + (1+r)z$
- l'ensemble des paniers (c_0, c_1) atteignables par i sont définis par la contrainte de budget intertemporelle

$$c_0 + \frac{c_1}{1+r} = \omega_0^i + \frac{\omega_1^i}{1+r}$$

- $\frac{1}{1+r}$ est le prix de 1 unité de bien de période 1, exprimée en bien de période 0 : on dit encore que c'est la *valeur actualisée en période 0* de 1 unité de bien de période 1.

Economie d'échange (exemple de marchés de biens datés)

On peut encore dans la même veine analyser des marchés de biens datés. Prenons un exemple : les deux agents ont au départ une unité de chacun des biens et les préférences : $u^a(c_0,c_1) = c_0^2 c_1$ et $u^b(c_0,c_1) = c_0 c_1$. Cherchons les prix p_0 p_1 qui équilibrent les marchés.

- le programme de a : $\max_{c_0^a,c_1^a} \ (c_0^a)^2 c_1^a$ *s.c.* $p_0 c_0^a + p_1 c_1^a = p_0 + p_1$
- la solution de ce programme est $c_0^a = 2(p_0+p_1)/3p_0$ et $c_1^a = (p_0+p_1)/3p_1$
- le programme de b : $\max_{c_0^b,c_1^b} \ c_0^b c_1^b$ *s.c.* $p_0 c_0^b + p_1 c_1^b = p_0 + p_1$
- la solution de ce programme est $c_0^b = (p_0+p_1)/2p_0$ et $c_1^b = (p_0+p_1)/2p_1$

Les prix qui équilibrent le marché sont tels que $c_0^a + c_0^b = 2$, soit encore $(2/3+1/2)(1+p_1/p_0) = 2$, soit $p_1/p_0 = 7/5$: inflation à 40 %. Sans

Economie d'échange (deux interprétations équivalentes)

1. Interprétation en terme de marché de bien datés équilibrés

Les prix p_0 et p_1 sont les prix des biens datés c_0 et c_1, c'est à dire du bien que l'on consomme à la période 0 et à la période 1. Les agents disposent d'une dotation initiale qu'ils transforment à la période 0 en revenu de période 0 : c'est la valeur $p_0 + p_1$. Cette valeur leur permet en retour d'acheter la quantité (c_0^i, c_1^i) qui maximise leur bien être. Les prix que l'on trouve à la fin de ce calcul sont ceux qui équilibrent les marchés de bien datés et sont fonction de la rareté relative de ces derniers.

2. Interprétation avec une banque qui coordonne l'économie

Tout ce passe comme s'il y avait une banque à l'intérieur de l'économie, dont le taux d'intérêt emprunteur/prêteur est $r = (p_0/p_1) - 1$. Cette banque permet de transférer de la valeur de période 0 en valeur de période 1. Et dans l'exemple simple que nous avons, si on normalise le prix des biens achetés et consommés dans

Exercices

Déterminer le taux d'intérêt dans une économie d'échange avec deux agents, a et b ayant les mêmes préférences représentées par la fonction d'utilité $U = c_0 c_1$ et dont les dotations initiales sont $\Omega^a = (0,1)$ et $\Omega^b = (1,0)$.

Même exercice quand $\Omega^a = (0,2)$ et $\Omega^b = (1,0)$.

Même exercice quand $\Omega^a = (0,1)$ et $\Omega^b = (2,0)$.

Quelle est la condition sur les condition initiales pour que le taux d'intérêt de l'économie soit nul ? soit positif ? soit négatif ?

Investissement, deux dates, plusieurs consommateurs

On suppose maintenant qu'il y a un taux d'intérêt exogène, et on rajoute une firme qui permet de transférer, suivant sa technologie propre, des biens de la période 0 à la période 1.

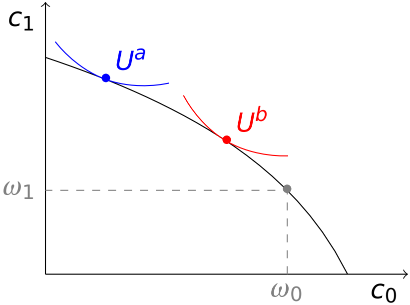
En d'autres termes, il y a deux moyens de transférer des biens d'une période à l'autre en concurrence, soit physiquement, soit, par une une réallocation entre les agents de l'économie.

- fonction de production $f(k)$: k unités de biens investis (non consommés) à la période 0 rapportent $f(k)$ unités de bien à la période 1.
- productivité marginale décroissante : $f'(k)$ décroissante

Investissement sans marché financier, désaccords

Sans marché financier, chaque investisseur choisirait un niveau d'investissement k qui maximise son utilité intertemporelle. Le programme de l'investisseur i est :

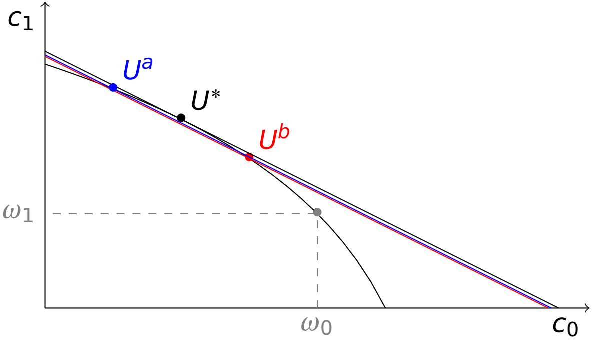
$$\max_{k^i} \; u^i(c_0, c_1) \; s.c. \; c_0 = \omega_0 - k^i, c_1 = \omega_1 + f(k^i)$$



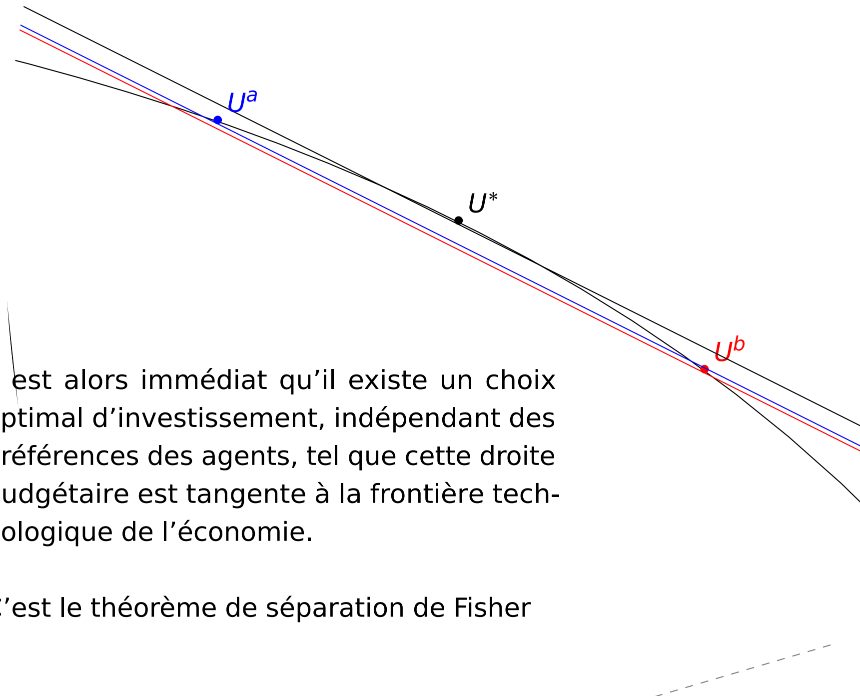
De manière assez intuitive, plus l'agent préfère consommer de bien de première période, moins il investit. : ici, c'est le cas de

Accord sur l'investissement optimal avec marché financier

Supposons qu'il y a un marché financier qui permette de "transférer" du bien d'une période à l'autre pour chacun des agents, sous la forme d'un taux d'intérêt prêteur et emprunteur à taux unique *r*.



Le choix d'un niveau d'Investissement *k* s'accompagne à la suite de la possibilité de modifier son portefeuille



Il est alors immédiat qu'il existe un choix optimal d'investissement, indépendant des préférences des agents, tel que cette droite budgétaire est tangente à la frontière technologique de l'économie.

C'est le théorème de séparation de Fisher

Théorème de Fisher

Il s'agit d'un théorème qui établit une séparation entre les décisions de consommation et les décisions de production

- Chaque investisseur, s'il possède une firme, investit dans cette firme indépendamment de ses préférences. Il investit la quantité k^* qui maximise la valeur actualisée du profit

$$\frac{f(k)}{1+r} - k$$

- Si une firme est détenue à parts égales par différents investisseurs, ces derniers sont d'accord de maximiser la valeur actualisée du profit, et ceci, indépendamment de leurs préférences

A retenir

Si un marché financier opère sans aucune contrainte de liquidité, à l'équilibre

- il y a égalité entre le taux marginal de substitution, la productivité marginale de l'investissement et le taux d'intérêt
- il y a accord entre les différents investisseurs sur les niveaux optimaux de production

Equilibre du marché financier, modèle deux dates avec 1 firme et 1 consommateur

- Il y a un consommateur dont la dotation initiale est $(1,1)$ et dont l'utilité est $U = c_0 c_1$.
- Il y a une firme dont la fonction de production est $f(k) = \sqrt{k}$

Calculer l'équilibre de cette économie.

Il s'agira pour chaque r de calculer le choix optimal de la firme et du consommateur, puis ensuite de calculer r de façon à ce que l'économie soit à l'équilibre.

Equilibre du marché financier, les facteurs fondamentaux

Les demandes de bien de date 0 et de date 1 dépendent :

- de la *richesse*, c-a-d des dotations en biens des différentes dates qui déterminent la rareté de ces biens
- de la *productivité*, c-a-d de la capacité des firmes à transférer physiquement du bien de période 0 en bien de période 1
- de la *préférence pour le présent*, c-a-d de la valeur du TMS de bien de période 1 en bien de période 0

On notera en particulier la neutralité des politiques de financement et de dividendes, tous les flux étant actualisés à la période 0.

Equilibre du marché financier, Rôle coordinateur dévolu aux taux

On supposera que ces taux d'intérêt sont déterminés par le marché, de manière à coordonner l'ensemble des acteurs économiques en présence sous l'hypothèse que les décisions des consommateurs et des firmes sont influencés par ces taux.

Il est assez remarquable que le système de taux d'intérêt puisse à lui seul coordonner l'économie sur les différentes périodes.

Dans la vie économique courante, les agents économiques actualisent l'ensemble des flux des dates successives en des flux d'une date de référence. Il n'en reste pas moins que <u>ces pratiques doivent traduire une réalité économique, et en particulier l'équilibre sous-jacent que l'on a déjà mentionné</u>.

Exercices

avec Modigliani Miller

2.

Actifs nécessaire pour Transferer de la richesse sur plusieurs périodes

les annuités et les emprunts Calculs actuariels

Transferts de richesse sur T périodes

On désire a priori pouvoir différer une consommation de la période t au profit de la période t'. Pour ce faire, il faudrait pouvoir acheter et vendre des biens datés de la période t et de la période t'.

On montre, de manière similaire au modèle avec deux périodes, que de tels marchés de biens datés peuvent être remplacés de manière équivalente par l'introduction d'une économie bancaire, à chaque période, qui permette de transférer de la valeur, de la période t à la période $t+1$, à un taux d'intérêt r_t

La contrainte budgétaire intertemporelle : modèle à 1 bien

L'agent dispose d'un stock de biens à chaque date, et il veut lisser sa consommation d'une période à l'autre.

- dates $t = 0, 1, \ldots, T$
- périodes 1 (de 0 à 1), 2 (de 1 à 2), ..., T (de $T-1$ à T)
- taux d'intérêts r_1 (période 1), ..., r_T (période T)
- prix normalisé du bien, à chaque date : $p_0 = p_1 = \cdots = p_T = 1$
- dotation initiale $\Omega = \left(\omega_0, \omega_1, \ldots, \omega_T\right)$
- profil de consommation $c = \left(c_0, c_1, \ldots, c_T\right)$

La contrainte budgétaire intertemporelle est :

$$c_0 + \frac{c_1}{1+r_1} + \frac{c_2}{(1+r_1)(1+r_2)} + \cdots + \frac{c_T}{(1+r_1)\cdots(1+r_T)}$$

L'actualisation sur plusieurs périodes

dans la contrainte budgétaire précédente, le terme

$$\frac{1}{(1+r_1)\cdots(1+r_t)}$$

représente la valeur actualisée à la date 0 de 1 euro à la date t.
En effet,

- si je place $\frac{1}{(1+r_1)\cdots(1+r_t)}$ euros à la date 0, j'obtiens
- $\frac{1}{(1+r_2)\cdots(1+r_t)}$ à la date 1, puis $\frac{1}{(1+r_3)\cdots(1+r_t)}$ à la date 3
- et de proche en proche, j'obtiens 1 euro à la date t

Exercices

On suppose que $r_1 = r_2 = \cdots = r_T = 10\%$

- Quelle est la valeur actualisée à la date 0 de 1 euro à la date 1 ?
- Quelle est la valeur actualisée à la date 0 de 1 euro à la date 2 ?
- Quelle est la valeur actualisée à la date 0 de 1 euro à la date t ?
- Combien d'euros épargner à la date t' pour obtenir 1 euro à la date $t' + t$?

On suppose que $r_1 = 5\%$, $r_2 = 7,5\%$, $r_3 = 10\%$

- Quelle est la valeur actualisée à la date 0 de 1 euro à la date 1 ?
- Quelle est la valeur actualisée à la date 0 de 1 euro à la date 2 ?
- Quelle est la valeur actualisée à la date 0 de 1 euro à la date 3 ?
- Existe-t'il un taux d'intérêt constant qui permette d'effectuer les mêmes transferts de richesse que r_1, r_2, r_3. Quelle serait sa valeur ?

Actualisation et choix optimal

- le choix optimal des consommateurs et des entreprises se fait de manière indépendante. Si c’est possible, il est tel que le TMS de bien de date t en bien de date 0 est égal à

$$\frac{1}{(1+r_1)\cdots(1+r_t)}$$

- Il existe en général un seul système de taux d’intérêts $(r_1,\ldots,r_T)$ pour que l’économie soit à l’équilibre. On le calcule en analysant au préalable le comportement des différents acteurs du marché financier, pour n’importe quel système de taux.

Dans la suite de ce chapitre, on supposera que s’il y a plusieurs périodes, le taux d’intérêt r d’une période à l’autre est constant

Actifs financiers

On appelle actif financier un vecteur de flux de revenu dans chacune des dates $1,2,\ldots,T$. Exemple : $V^j = \left(V^j_1,\ldots,V^j_T\right)$.

crédits à court terme	du type $\left(V_0,-V_0(1+r)\right)$; en particulie l'escompte et le découvert
Placement sur *n* périodes	du type $\left(-V_0,\ldots,V_0(1+r)^n\right)$; la quantit $V_0(1+r)^n$ est la valeur acquise après périodes
Annuités	Une annuité est une suite de règlemen annuels, type $\left(A_1,A_2,\ldots,A_n\right)$. Cas particu lier des *annuités constantes* (flux iden tiques tous les ans) et de la *rente perpe tuelle* (flux sans fin).
Emprunts	On distingue les emprunts indivis, no divisibles et contractés auprès d'un seu créancier et les emprunts obligataire composés d'obligations vendues à u grand nombre de créanciers.

Actifs financiers, valeur actualisée à la période 0

Soit un actif financier $V^j = (V_1^j, \ldots, V_T^j)$ sur T dates $t = 1, 2, \ldots, T$.

S'il y a un système de taux d'intérêt de référence, on peut recomposer cette actif à partir de la valeur actualisée à la période 0 de l'ensemble des flux, sous l'hypothèse que l'on peut emprunter ou prêter n'importe quelle somme aux taux en vigueurs, la valeur actualisée à la période 0 de l'ensemble des flux étant

$$q^j = \frac{V_1^j}{1+r_1} + \frac{V_2^j}{(1+r_1)(1+r_2)} + \cdots + \frac{V_T^j}{(1+r_1)\cdots(1+r_T)}$$

Dans la pratique, en fonction d'une grande diversité de question posées Il s'agira de comprendre et/ou de reconstruire l'historique des flux, ainsi que des taux d'actualisation qui s'appliquent.

Par ailleurs, il est utile de connaître la valeur de la somme d'une suite géométrique :

$$\begin{aligned} 1+x+x^2+\ldots x^T &= \frac{x^{T+1}-1}{x-1} \\ &= \frac{1-x^{T+1}}{1-x} \end{aligned}$$

L’escompte

Une firme possède une créance V_1 à effet à la période $t = 1$. Si cette firme a besoin de liquidité aujourd’hui, elle peut espérer une somme V_0 en *escomptant* sa créance

Definition

L’escompte est ce que la banque (ou le marché financier) retient *sur la valeur nominale* de la créance détenue par la firme.

- On parlera d’escompte rationnel quand ce qui est retenu est la différence entre la valeur nominale et valeur actuarielle. Autrement dit l’intérêt du prêt de court terme est donc l’intérêt du marché financier. $E = V_1 - \frac{V_1}{1+r}$ $V_0 = \frac{V_1}{1+r}$.
- On parlera d’escompte commercial quand ce qui est retenu est des agios *précomptés* calculés sur la base de V_1. Notez qu’alors, l’intérêt effectif de ce prêt de court terme est supérieur au taux d’intérêt du marché financier

Le découvert

On parle de découvert autorisé quand la banque accorde à ses clients des *avances en compte courant*.

Definition

Le coût du découvert est décomposé en trois éléments : (a) la commission de plus fort découvert (taux de 0, 05 %) (b) la commission de confirmation de découvert (environ 1% du plafond autorisé) (c) les intérêts résultant du taux de découvert. Ces derniers découlant du taux de découvert et du nombre de jours de découverts.

Ainsi, si un compte a été débiteur de x_i pendant n_i jours, les intérêts débiteurs sont

$$\sum_i x_i * \frac{n_i}{360} * r$$

Auquel il faut rajouter la commission de plus fort découvert et la commission de confirmation de découvert.

Taux proportionnel et taux équivalent

Les taux d'intérêt sont fréquemment exprimés annuellement. Lorsque l'on considère une période inférieure à l'année, le taux d'intérêt prévalant pour cette période est calculé selon deux méthod

- le taux proportionnel est un taux qui est proportionnel à la fraction de l'année que représente la période : Si la période compte n jours, le taux d'intérêt proportionnel est $r_p = \frac{n}{360} r$
- le taux (périodique) équivalent lorsque l'année est divisée en k périodes est le taux effectif de la période qui est équivalent au taux de 1 année = k périodes. En d'autres termes si on veut placer une somme sur un an, il est équivalent de la placer au taux de la période et de reconduire cette épargne pendant un an (k périodes) : $(1 + r_k)^k = 1 + r$.

A noter : le taux équivalent est toujours inférieur au taux proportionnel.

Exercices

1. Un effet de 20.000 euros est escompté sur une durée de 60 jours au taux de 7%. Quelles sont les valeurs de l'escompte commercial et de l'escompte rationnel ? Quel est le taux d'intérêt effectif dans les deux cas ?

2. Une entreprise dispose d'un découvert moyen de 50.000 euros sur une période d'un trimestre (92 jours), avec un plus fort découvert de 100.000 euros. Elle paye une commission de confirmation de 1%. Le taux annuel du découvert est de 16%. Calculer le montant des agios payés.

3. Une somme de 100.000 euros et placée sur un compte pendant 8 mois. Le taux mensuel est de 0,6%. Quel est le montant figurant sur le compte au bout des 8 mois ?

Annuités : définition

Une suite d’annuités est une suite de règlements réalisés à intervalle de temps égaux. On parle parfois de rente (ce terme est plutôt utilisé quand les règlements sont égaux) ou plus généralement d’actif financier.

Les annuités que l’on considère ont un caractère certain, car il n’y a aucun doute sur l’effectivité des règlements aux périodes successives.

On distingue généralement les annuités à terme échu, des annuités immédiates et des annuités différées

(a) on parlera d’annuité à terme échu si le premier versement intervient une période après l’origine.
(b) on parlera d’annuité immédiate si premier versement intervient dès l’origine
(c) on parlera d’annuité différée si le premier versement intervient plus dune période après l’origine.

Annuités : rente ou épargne ?

On parlera de rente quand on détient à $t = 0$ une annuité, c'est-à-dire la promesse de versements déterminés pour les années futures.

On parlera d'épargne quand on constitue un capital par palier successif jusqu'à la période n.

Anuités : les formules actuarielles

Dans le cas d'une rente on calculera la valeur actualisée de l'annuité $(A_1, A_2, \ldots, A_n)$, à la date $t = 0$ au taux d'intérêt r :

$$V_0 = \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i}{(1+r)^i}$$

Dans le cas d'une épargne on calculera la valeur acquise de l'annuité $(A_1, A_2, \ldots, A_n)$, au taux d'intérêt r :

$$V_n = \sum_{i=1}^{n} A_i (1+r)^{n-i}$$

Annuités : cas particulier des flux constant

Lorsque $A_1 = A = A_2 = \cdots = A_n$

la valeur actualisée à la date $t = 0$ au taux d'intérêt r s'écrit

$$\begin{aligned}
V_0 &= \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i}{(1+r)^i} \\
&= \frac{A}{1+r}\left(1+\frac{1}{1+r}+\cdots+\frac{1}{(1+r)^{n-1}}\right) \\
&= \frac{A}{1+r}\,\frac{1-\left(\frac{1}{(1+r)^n}\right)}{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)} \\
&= \frac{A}{r}\left(1-\left(\frac{1}{(1+r)^n}\right)\right)
\end{aligned}$$

la valeur acquise après n périodes, à $t = n$ est :

$$V_n = \frac{A}{r}\left((1+r)^n - 1\right)$$

Annuités : cas particulier d'une rente perpétuelle

Dans le cas d'une rente perpétuelle d'un montant A à terme échu, la valeur actualisée à $t = 0$ de la valeur actualisée de la rente est

$$V_0 = \frac{A}{r}$$

Annuités : questions usuelles concernant une épargne

- Quel est le capital constitué après *n* années de versement de la somme *A* au taux *r* ?

- Quel montant dois-je verser à chaque période pour atteindre un capital souhaité après *n* années au taux *r* ?

- Combien d'années dois-je épargner pour atteindre un capital souhaité, le montant de l'annuité *A* étant exogène, ainsi que le taux d'intérêt *r* ?

Annuités : questions usuelles dans le cas d'une rente

- Je dispose d'un capital K, quelle annuité correspond à ce capital, si elle est versée pendant n années (en moyenne) au taux r ?

- Je dispose d'un capital K, si je me verse un montant périodique de A, pendant combien d'année pourrai-je me verser ce flux annuel au taux r ?

- Je dispose d'un capital K, quelle est la rente perpétuelle équivalente, au taux r ?

Annuités : cas du nombre de périodes addossé à la longévité

Un cas très important d'annuité est le cas où la rente est un capital K versé en différentes annuités, mais le nombre d'annuité est incertain : il dépend de la longévité de l'agent économique. La rente n'est versée que dans le cas où ce dernier est vivant.

- rente viagère
- capital transformé en rente à l'age de la retraite (sortie en rente ou 2^{nd} pilar)

Les calculs sont fait comme précédemment, en considérant le nombre moyen de période que l'agent va vivre. On a besoin pour cela des tables de longévité. Il en résulte que le montant de la rente versée dépend des variables qui sont corrélées à l'espérance de vie.

▶ En particulier, pour un même capital, on devrait verser moins aux femmes qu'aux hommes, car la longévité de ces derniers est plus

Annuités : petite histoire de ces produits en France

- Apparition au milieu du XVIII^{e}, car on sait calculer des taux de rente viagères
- Au XVIII^{e}, c'est le principal instrument financier, en particulier, c'est l'instrument de la dette publique
- C'est un instrument utilisé pour doter les filles
- Le mot tontine vient de Lorenzo Tonti, banquier napolitain qui proposa ce système à Mazarin : chaque souscripteur verse une somme dans un fonds et touche les dividendes du capital investi. Quand un souscripteur meurt, sa part est répartie entre les survivants. Le dernier survivant récupère le capital. Dans le schéma initial (emprunt public), c'était l'État qui récupérait le capital et la tontine s'apparentait à un système de rente viagère (inventé beaucoup plus tard) et à un système de loterie nationale.
- L'instrument est rendu liquide : A Genève, par exemple, un banquier crée une rente viagère adossée à un pool de 30 jeunes filles.
- Le montant de rentes viagères, très développées, au XIX^{e} siècle

Exercices - intérêts composés

1) Monsieur X a emprunté, à intérêts composés, 25000 € pour une durée de 3 ans. À l'échéance il devra rembourser 29775,40 €. Déterminer le taux de l'emprunt. [hint : il ne paye aucun intérêt pendant les trois ans]

3) On remplace 4 règlements : 1000 € dans un an, 3000 € dans 3 ans, 3510 dans 5 ans, 2000 € dans 6 ans, par deux règlements égaux, l'un dans un an, l'autre dans deux ans. Le taux étant de 6%, quel est le montant de ces deux règlements ?

4) Un règlement de 50000 € prévu le 15/06/08 est remplacé par 3 réglements de même valeur nominale qui interviendront le 15/06/09, 15/12/09 et le 15/03/10. Déterminer le montant de chacun de ces règlements, le taux étant de 6%.

Exercices - annuités

6) Une suite de 10 annuités constantes a une valeur acquise de 73124,38 €. Le taux de capitalisation étant de 8,2%, déterminer le montant de l'annuité.

7) 15 annuités constantes de 1000 € chacune ont une valeur acquise de 25422,50 €. Déterminer la date de la dernière annuité.

8) n annuités constantes de 5000 € chacune ont une valeur actuelle de 36259 €, la première a été versée le 01/10/08. Le taux de capitalisation est de 8,75%. Déterminer la date de la dernière annuité.

Exercices - annuités

9) Un épargnant se constitue un capital de la façon suivante : 6 annuités de 1000 € chacune, puis 4 annuités de 2000 € chacune suivies de 5 annuités de 3000 € chacune. Déterminer la valeur acquise et la valeur actuelle de cette série d'annuités, le taux étant de 8%.

10) Une personne souhaite se constituer un capital de 65500 € au 01/12/17, en versant une annuité chaque 01/12 à partir du 01/12/08. Sachant que le taux de capitalisation est de 7,2% et que les annuités augmentent de 4% par période, déterminer le montant de la première annuité.

11) Déterminer la valeur actuelle de 20 semestrialités de 1000 € chacune, le taux annuel de capitalisation étant de 6%.

Exercices - emprunt indivis

Un emprunt est amortissable par 15 annuités constantes. Le montant du 4^{e} amortissement est $10111,77$ € et celui du 10^{e} est $14547,92$ €.

1. Déterminer le taux de cet emprunt.
2. Déterminer le montant du 1er amortissement.
3. Déterminer le montant du capital emprunté.
4. Déterminer le montant de l'annuité.
5. Déterminer le montant du capital restant dû après le paiement de la 10^{e} annuité.
6. Présenter le tableau d'amortissement. [À faire sur un tableur - Sinon, préciser les formules ou macros employées.]