Université de TOURS - L1 Gestion
Cours Mathématiques et Statistiques Appliquées à la Gestion
Enoncé du TD n° 1 - groupe 127
nombres : decimaux - pourcentages - fractions - reels - puissance et logarithmes, développements et factorisations
Automne 2022

1 Pourcentages

1) Dans une assemblée de 50 personnes, il y a 31 femmes. Quel est le pourcentage des femmes dans cette assemblée ?

2) Si une assemblée de 120 personnes compte 15 % de femmes, combien y-a-t'il de femmes dans cette assemblée ?

3) Le prix hors taxes d'un objet est 120 €. Le taux de TVA est de 5 %. Calculer la TVA et le prix TTC.

4) Le prix TTC d'un objet est de 198 €. Le taux de TVA est de 20 %. Calculer la TVA et le prix HT.

5) Après une remise de 15 % le prix d'un objet n'est plus que de 34 €. Calculer le prix initial de l'objet.

6) Un article étiqueté 120€ est soldé à 100 €. La remise est-elle de 20% ? . . . . OUI☐ NON☒

7) Dans une population de 450 personnes, une enquête a montré que 60% sont des femmes et que 70% des femmes aiment le chocolat. Combien y a-t'il de femmes qui aiment le chocolat ? Quelle est leur proportion ?

8) Augmenter de 250% une valeur revient à multiplier celle-ci par 3,50 ? . . . . OUI☒ NON☐

9) si l'altitude d'un plan incliné varie d'un centimètre par mètre parcouru horizontalement, on dit que la pente est de 1 % : *Interpréter* ; CAD, pourquoi on utilise la notion de pourcentage en topographie ?

2 Fractions

1) Après les avoir ordonnées, décomposer en somme d'inverses distincts d'entiers naturels distincts les fractions suivantes :

3/4 99/100 7/10 2/3 1 5/7

2) Simplifier les expressions suivantes :

$$\frac{\frac{2}{3}+\frac{3}{5}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} \qquad a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3+1}}}$$

3) Résoudre les problèmes que l'on retrouve dans des archives historiques à Babylone, au Moyen-age en Europe et en Chine. Précisez en particulier l'appartenance du nombre trouvé aux ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$.

a) J'ai trouvé une pierre mais je ne l'ai pas pesée. Après lui avoir ajouté un septième de son poids et avoir ajouté un onzième du résultat, j'ai pesé le tout et j'ai trouvé : 1 ma-na [unité de masse]. Quel était à l'origine le poids de la pierre ? (problème babylonien, tablette YBC 4652, problème 7)
b) Un nombre augmenté de son septième donne 19. Quel est ce nombre ? (papyrus Rhind, problème 24)
c) Un nombre augmenté de son quart donne 15. Quel est ce nombre ? (papyrus Rhind, problème 26)
d) Supposons que l'on ait 9 tiges d'or jaune et 11 tiges d'argent blanc qui, à la pesée, ont des poids tout juste égaux. Si l'on échange entre elles une de leurs tiges, l'or devient plus léger de 13 liang [unité de masse]. On demande combien pèsent respectivement une tige d'or et une tige d'argent. (Les Neuf Chapitres sur l'art mathématique, problème 7.17)
e) Une lance a la moitié et le tiers dans l'eau et neuf paumes à l'extérieur. Je te demande combien elle a de long. (problème médiéval)

3 Représentation décimale des fractions

1) Indiquer au moins une fraction qui égale 8,789789789789789789...

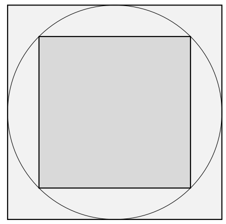
2) Indiquer le développement décimal de la fraction $\dfrac{612}{999}$

3) Indiquer le développement décimal de la fraction $\dfrac{68}{111}$

4 Racine de deux

1) Après avoir redonné la définition du nombre $\sqrt{2}$, montrer que la diagonale d'un carré de longueur 1 est justement $\sqrt{2}$. L'étudiant aura le loisir d'utiliser tout moyen formel qui lui plait, un graphique, une équation ou une rédaction.

2) Il est en outre possible, à l'aide d'un cercle, de dupliquer un carré en un autre carré du double de sa surface sans en changer l'orientation. Ci-dessous la surface du grand carré double celle du petit carré.



Montrer formellement en deux trois phrases pourquoi le rapport des côtés des deux carrés est de $\sqrt{2}$.

3) Reprendre et achever la preuve suivante selon laquelle $\sqrt{2}$ n'est pas une fraction, à partir d'un argument de parité. (on développera la contradiction).

> Soient p et q entiers > 0 tels que $\sqrt{2} = \dfrac{p}{q}$. On en déduit $p^2 = 2q^2$. Choisissons p et q, avec p le plus petit possible. L'entier p est alors pair puisque son carré l'est. En effet il serait sinon impair et le carré d'un nombre impair est impair. On peut alors écrire $p = 2r$, avec r entier naturel. En simplifiant par 2, l'équation précédente se réécrit $q^2 = 2r^2$. D'où une contradiction.

4) Soit l'ensemble des nombres entier qui vérifient la Propriété **(P)** selon laquelle lorsqu'ils sont multipliés par $\sqrt{2}$, ils demeurent un entier.

a) Montrer que si x vérifie la Propriété **(P)**, alors $x\sqrt{2} - x$ vérifie aussi la Propriété **(P)** ;
b) en déduire que le seul nombre entier qui vérifie la Propriété **(P)** est 0, en étudiant le plus petit entier naturel positif qui vérifierait la Propriété **(P)** ;
c) en déduire que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel.

5 Puissances et Logarithmes

1) (a) Simplifier $\sqrt{\dfrac{a^4}{b^5}}$ (b) Comparer 100^{102} et 102^{100} (On commencera par simplifier le problème)

2) Une firme produit un bien à partir du facteur travail noté L. Plus elle utilise de ce facteur de production L, plus elle produit. Plus précisément, sa fonction de production est $q = \sqrt{L}$

a) Dire la production de la firme quand $L = 1$, $L = 2$, $L = 3$.
b) Comparer l'augmentation de la production quand l'on passe de $L = 1$ à $L = 2$ et de $L = 2$ à $L = 3$. Que remarquez-vous ?

6 Développement et factorisation

1) Développer les expressions suivantes

$$3(x+2) \quad (2x+3)x4 \quad (3x)^2 \quad (1-x)(1+x+x^2+...+x^{(n-1)}) \quad (2x+1)(3x+5)$$

2) Factoriser les expressions suivantes

$$x^2 - x \qquad x^2 + (a+b)x + ab \qquad x^3 - ax^2 - bx^2 - cx^2 + abx + acx + bcx - abc$$

3) En admettant que 15 peut s'écrire 5+5+5, trouver une autre manière d'écrire 15, en utilisant 3 fois le même nombre, et toutes les opérations qu'il vous semblera convenable d'utiliser.

FIN du sujet du TD n° 1 - groupe 127