Université de TOURS - L1 Gestion

Cours Mathématiques et Statistiques Appliquées à la Gestion

Enoncé du TD n° 2 - groupe 127

Droites et ensembles dans le plan

Automne 2021

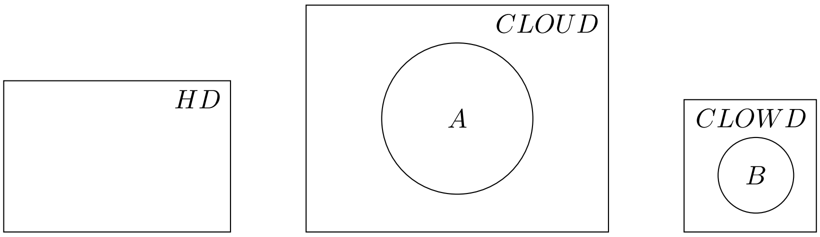
Dans ce TD, on travaille principalement dans le PLAN : $\mathbb{R}^2 = \{(x,y)/x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$ ou $\mathbb{R}_+^2 = \{(p,q)/p \in \mathbb{R}_+, q \in \mathbb{R}_+\}$

1 Ensembles déduits d'autres ensembles

1) Soit les ensembles A et B suivants inclus dans $\mathbb{R}^2$. Pour chaque cas, les représenter dans $\mathbb{R}^2$, puis représenter $A \cap B$ et $A \cup B$ en indiquant leur nature particulière.

$A = \{11 \leq 5x + 1 \leq 16\}$	$B = \{11 \leq 5y + 1 \leq 16\}$	*Nature de* $A \cup B$:	*Nature de* $A \cap B$:
$A = \{x^2 + y^2 \leq 1\}$	$B = \{0 \leq x \leq 2\}$	*Nature de* $A \cup B$:	*Nature de* $A \cap B$:
$A = \{x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$	$B = \{x + y \leq -1, x \leq 0, y \geq 0\}$	*Nature de* $A \cup B$:	*Nature de* $A \cap B$:
$A = \{(p,q)/pq - \frac{1}{2}q^2 \geq 0\}$	$B = \{(p,q)/pq - \frac{1}{3}q^3 \geq 0\}$	*Nature de* $A \cup B$:	*Nature de* $A \cap B$:

2) Un utilisateur dispose sur son ordinateur d'un disque dur HD de 500 Go, qui comprend une partition de 100 Go. pour les fichiers. systèmes. Il dispose par ailleurs d'un service CLOUD de 1To, sur lequel il synchronise les données A et d'un second service CLOWD de 40 Go sur lequel il synchronise les données B. Combien cet utilisateur peut-il avoir au plus de données synchronisées sur son disque dur, différentes de A et B, sur son premier service CLOUD, sur son second service CLOWD ? On justifiera attentivement les réponses.



2 Droites dans un plan

Considérons les six droites suivantes du Plan :

$(D1)$:	$10x - 3y = 2$	$(D4)$:	$x + 5 = 3y$
$(D2)$:	$x + 3y = -2$	$(D5)$:	$5x - 2 = 1,5y$
$(D3)$:	$5x + 1 = 1,5y$	$(D6)$:	$6x + 3 = 8y$

1) Parmi ces six droites, dires lesquelles sont croissantes, lesquelles sont décroissantes

2) Parmi ces six droites, dire lesquelles sont parallèles (s'il en est)

3) Parmi ces six droites, dire laquelle coupe l'axe horizontal, le plus à droite possible

4) En vous restreignant à $x \in [-5, 5]$ et $y \in [-3, 3]$, tracer les droites $(D1)$ à $(D6)$.

5) Dire dans le Plan (p, q) quelle est la nature des droites suivantes (préciser croissance et pente) :

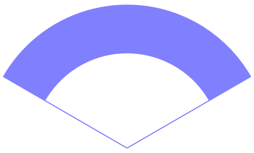
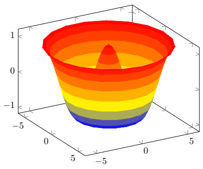
$$p = 0 \qquad q = 0 \qquad p + q = 2 \qquad p + q = -2 \qquad p - q = 2$$

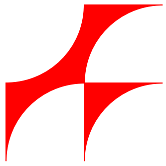
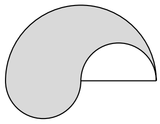
6) Donner dans l'espace x_1, x_2 l'équation de la droite passant par le point A parallèle à la droite $(\mathcal{D})$ pour différentes valeurs de A et $(\mathcal{D})$:

A(3,1)	$(\mathcal{D}) : 3x_1 + x_2 = 0$
A(0,0)	$(\mathcal{D}) : 3x_1 + x_2 = 3$
A(-1,1)	$(\mathcal{D}) : 3x_1 - x_2 = 5$

3 Ensembles ouverts

Considérez les cinq représentations suivantes dans le Plan et dans $\mathbb{R}^3$, dire à quelle conditions chaque représentation est ou non un ensemble ouvert, en développant votre argumentation


4 Segments

1) Pour $A = (10, 0)$ et $B = (0, 10)$, calculer les moyennes arithmétiques de A et B, que l'on notera C, avec les pondérations suivantes :

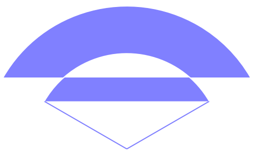
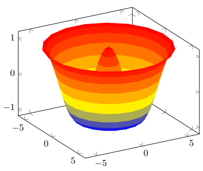
$\lambda_A = 1$	$\lambda_B = 0$	$C = (\ , \ )$	$\lambda_A = .1$	$\lambda_B = .9$	$C = (\ , \ )$
$\lambda_A = .2$	$\lambda_B = .8$	$C = (\ , \ )$	$\lambda_A = .3$	$\lambda_B = .7$	$C = (\ , \ )$
$\lambda_A = .4$	$\lambda_B = .6$	$C = (\ , \ )$	$\lambda_A = .5$	$\lambda_B = .5$	$C = (\ , \ )$
$\lambda_A = .6$	$\lambda_B = .4$	$C = (\ , \ )$	$\lambda_A = .7$	$\lambda_B = .3$	$C = (\ , \ )$
$\lambda_A = .8$	$\lambda_B = .2$	$C = (\ , \ )$	$\lambda_A = .9$	$\lambda_B = .1$	$C = (\ , \ )$

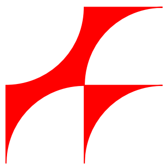
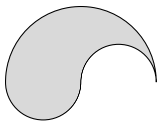
2) Dans les exemples suivants, dire si le point C appartient au segment d'extrémités A et B :

$A = (0, 1)$	$B = (2, 1)$	$C = (2, 2)$	$A = (0, 1)$	$B = (2, 2)$	$C = (0, 2)$
$A = (0, 2)$	$B = (2, 0)$	$C = (1, 1)$	$A = (0, 1)$	$B = (2, 0)$	$C = (1.5, .5)$
$A = (0, 1)$	$B = (3, 1)$	$C = (2, 2)$	$A = (10, 1)$	$B = (0, 1)$	$C = (5, 1)$

5 Ensembles convexes

Considérez les cinq représentations suivantes dans le Plan et dans $\mathbb{R}^3$:

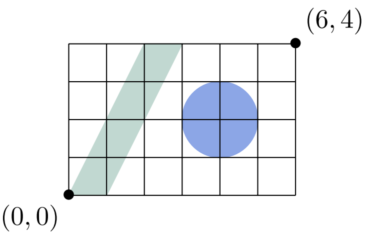



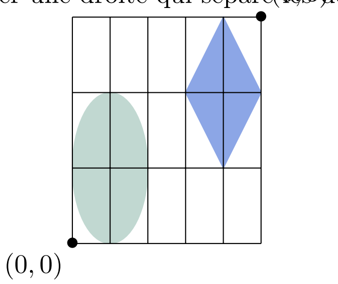



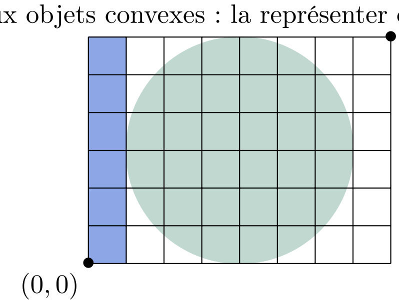

1) Pour chacun des cas, dire s'il s'agit ou non d'un objet convexe

2) Pour chacun des cas, vous dessinerez le plus petit convexe qui contient l'objet considéré.

3) Dans les trois cas suivants, trouver une droite qui sépare les deux objets convexes : la représenter et en donner l'équation.







4) Reprendre la question précédente en cherchant dans les trois cas une droite, qui sépare les deux objets convexes, qui soit tangente à l'objet tangent de gauche. En préciser l'équation.

<u>Fin du sujet du TD n° 2 - groupe 127</u>