

Automne 2017

Université François Rabelais - M1 AGE

Cours d'économie du Risque et des Incitations - responsable : A. CHASSAGNON

TD n°3

Les jeux Bayesiens

Six exercices

1) Un piéton qui ne traverse pas au passage clouté dans un pays où les automobilistes ont un comportement peu civilisé résout un problème élémentaire en théorie des jeux, dans la mesure où il anticipe correctement le comportement vraisemblable des autres et vice versa.

$P \backslash A$	s	p
S	(0, 0)	(0, 1)
T	(1, 0)	(-1, α)

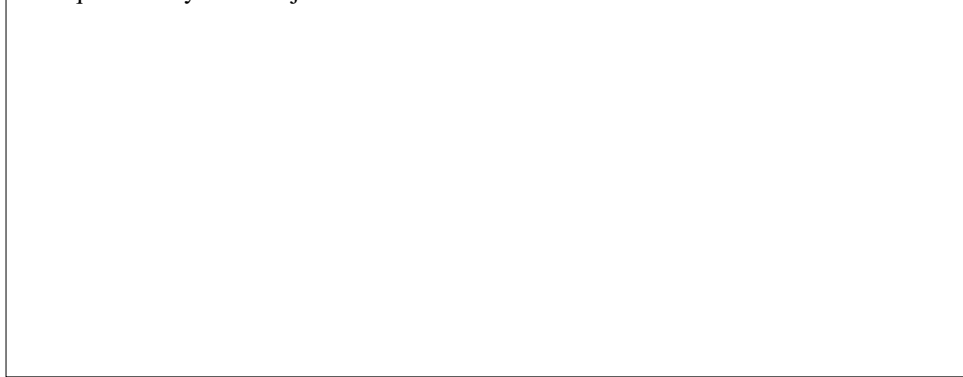
On suppose que le type du piéton invariable et connu tandis que celui des Automobiliste dépend d'un paramètre α . Plus précisément, et en reprenant la table ci-dessus, les payoffs (piéton, automobiliste) sont les suivants : si le piéton traverse et que l'automobiliste passe (-1, α); si le piéton traverse et que l'automobiliste stoppe (1,0); si le piéton stoppe et que l'automobiliste passe (0,1); si le piéton stoppe et que l'automobiliste stoppe, (0, 0).

Après avoir rappelé ce qu'appelle-t'on un équilibre de Nash, établir la liste des équilibres de Nash quand $\alpha = 1$.

2) En reprenant le jeu précédent, est-il vrai que les deux stratégies "Le piéton stoppe" et "la voiture passe" forment toujours un équilibre de Nash, et ceci, quelle que soit la valeur de α ?

3) En reprenant le jeu de la question 1, dire combien il y a d'équilibres quand $\alpha = -1$. Montrer comment est paradoxale cette situation où lorsque les types sont de bonne composition, il peut apparaître des de coordination.

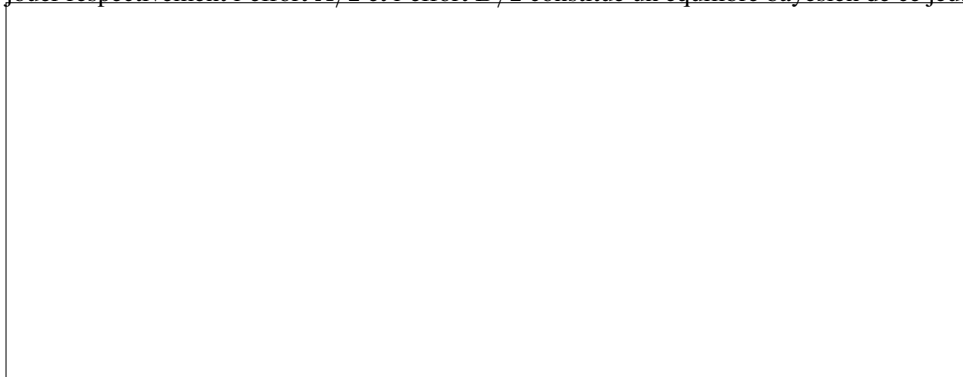
4) Considérez le jeu de la première question, sous cet angle nouveau selon lequel le piéton est en fait incertain sur le type du conducteur. Il pense que c'est un conducteur de type $\alpha = 1$ avec une proba de $\frac{1}{4}$ et qu'il est de type $\alpha = -1$ avec une proba de $\frac{3}{4}$. Modéliser le jeu Bayésien correspondant sous l'hypothèse que le piéton est neutre au risque et dire quel est l'équilibre bayésien du jeu.



5) Deux joueurs, de caractéristique a priori différentes A et B , postés de chaque côté d'une corde doivent choisir le niveau d'effort qu'ils doivent fournir pour l'emporter. L'effort, e , est compris pour le joueur A entre 0 et A , et pour le joueur B , entre 0 et B . En faisant l'hypothèse que les deux joueurs sont incertains sur le type de l'autre joueur, et qu'ils supposent que le type de l'autre joueur suit une distribution uniforme sur $[0, 1]$, et enfin que leur paiements sont les suivants :

- Si A gagne : $1 - \frac{e}{A}$, si B gagne : $1 - \frac{e}{B}$,
- Si ex aequo : respectivement $\max(\frac{1}{2} - \frac{e}{A}, 0)$ et $\max(\frac{1}{2} - \frac{e}{B}, 0)$
- S'ils perdent : 0

modéliser le jeu bayésien et montrer que la stratégie qui pour chacun des joueurs consiste à jouer respectivement l'effort $A/2$ et l'effort $B/2$ constitue un équilibre bayésien de ce jeu.



6) Rédiger sur une feuille à part l'exemple du cours intitulé "un modèle simple de vente d'entreprise avec information privée. On montrera en particulier pourquoi à l'équilibre, toute stratégie vérifie la propriété selon laquelle un prix proposé par l'acheteur ne sera accepté que par un intervalle d'entrepreneurs dont les caractéristiques sont inférieures à un certain seuil. On exploitera cette propriété de l'équilibre pour déterminer simplement ce dernier.