

Les savoirs à revoir pour ce TD : la définition de la contrainte d'un ménage, savoir reconnaître les prix et le revenu à partir d'une contrainte présentée sous forme d'équation ou sous forme de graphique.

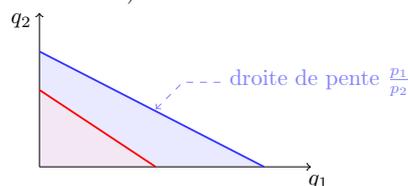
On considère une économie où n biens différents sont disponibles; Un panier de bien est pour un ménage, la description de chacun des biens qu'il a acheté et qu'il consomme : on le note (q_1, q_2, \dots, q_n) . Si les biens ont un prix unitaire fixé par le marché, (p_1, p_2, \dots, p_n) , la *dépense* pour le panier de bien sus-mentionné est :

$d = p_1q_1 + p_2q_2 + \dots + p_nq_n$ Dans un marché à deux biens, la contrainte budgétaire désigne la contrainte sur les paniers de biens pour qu'un ménage puisse l'acheter :

$p_1q_1 + p_2q_2 \leq R$ où R désigne le revenu disponible du ménage.

Définition : On appelle *prix relatif de bien 1 en bien 2*, le nombre p_1/p_2 : c'est la QUANTITE de bien 2 que je dois abandonner pour pouvoir acheter UNE unité de bien 1 complémentaire. C'est aussi la pente de la contrainte budgétaire

Dans une économie à deux biens, la contrainte budgétaire se représente dans un espace à deux dimensions dans lequel l'axe horizontal est la quantité de bien 1 consommée q_1 et l'axe vertical est la quantité de bien 2 consommée q_2 . Quand les prix sont fixés indépendamment des quantités, la CB est une droite de pente $\frac{p_1}{p_2}$, (et plus généralement la surface sous cette droite)



Ici, très clairement, la contrainte budgétaire bleue est plus avantageuse pour le ménage.

1 Deux contraintes budgétaires parmi d'autres

1) Donner deux systèmes de prix et de revenu pour lesquels l'ensemble budgétaire a pour équation :

$$\frac{1}{2} x_1 + \frac{2}{7} x_2 = \frac{3}{9} \tag{1}$$

par exemple $p_1 = \frac{1}{2}, p_2 = \frac{2}{7}, R = \frac{1}{3}$

ou encore $p_1 = 7, p_2 = 4, R = \frac{14}{3}$

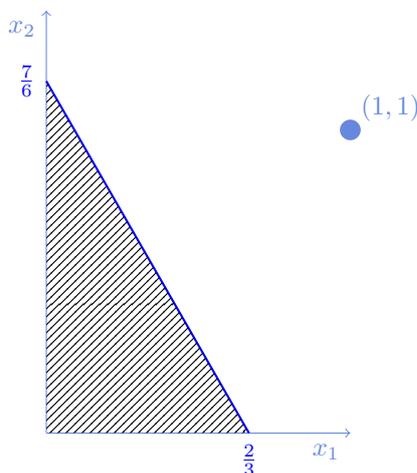
2) Est-ce que le panier (1, 1) appartient à l'ensemble de consommation précédent.

NON, Le panier (1, 1) ne satisfait pas la contrainte budgétaire, en effet

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{7} = \frac{11}{14} > \frac{1}{3}$$

ce panier est donc au-dessus de la droite budgétaire..

3) Représenter dans l'espace $x_1 - x_2$ la contrainte de budget (1) ainsi que le panier (1, 1).



Le maximum de bien 1 que l'on puisse consommer est \bar{x}_1 tel que $\frac{1}{2}\bar{x}_1 = \frac{3}{9}$, soit $\bar{x}_1 = \frac{2}{3} \approx 0,67$. La droite budgétaire (en bleu) passe par le point $(\frac{2}{3}, 0)$

Le maximum de bien 2 que l'on puisse consommer est \bar{x}_2 tel que $\frac{2}{7}\bar{x}_2 = \frac{3}{9}$, soit $\bar{x}_2 = \frac{7}{6} \approx 1,17$. La droite budgétaire (en bleu) passe par le point $(0, \frac{7}{6})$

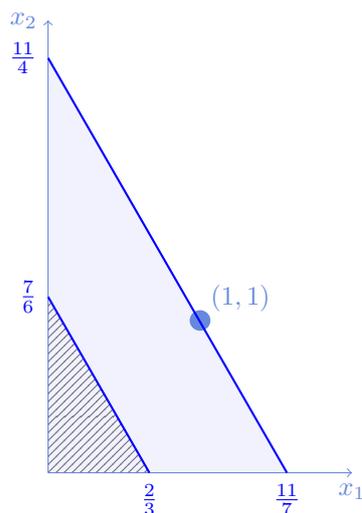
La contrainte budgétaire est la partie hachurée sous cette droite.

Le panier de bien $(1, 1)$ est bien au-dessus de la droite budgétaire.

Considérez, après qu'il y ait eu un changement des conditions économiques la nouvelle contrainte du ménage :

$$x_1 + \frac{4}{7}x_2 = \frac{11}{7} \quad (2)$$

4) Compléter le graphique précédent et tracer la nouvelle contrainte budgétaire



5) Prouver formellement que la nouvelle contrainte est parallèle à la première, et qu'elle passe par $(1, 1)$.

Deux droites sont parallèles dès qu'elles ont la même pente. La pente est l'opposé du coefficient de x_1 divisé par le coefficient de x_2 . On obtient donc pour la première droite $-\frac{1/2}{2/7}$ et pour la seconde droite $-\frac{1}{4/7}$ on vérifie dans les calculs suivants que ces deux coefficients sont identiques.

$$\frac{1/2}{2/7} = \frac{1}{2} * \frac{7}{2} = \frac{7}{4} \quad \frac{1}{4/7} = \frac{7}{4}$$

Un moyen plus immédiat (que vous pouvez utiliser à l'examen) était de remarquer que les paramètres multipliant x_1 et x_2 dans la nouvelle contrainte budgétaire étaient ceux de x_1 et x_2 dans l'ancienne, multipliés par le même coefficient 2, ne modifiant donc pas la pente de la droite

6) A votre avis, à la lumière des observations précédentes, que s'est-il passé pour le ménage entre les deux contraintes budgétaires (1) et (2)? Parmi les scénarios suivants, lesquels décrivent effectivement le changement de CB, puis indiquer dans un second temps le scénario le plus «plausible» :

- le revenu et les prix ont tous changé et conduit à la nouvelle contrainte budgétaire
- le revenu seulement a changé et conduit à la nouvelle contrainte budgétaire
- les prix seulement ont changé et conduit à la nouvelle contrainte budgétaire

On prendra comme pour valeur des prix et revenu pour la première contrainte : $p_1 = \frac{1}{2}$, $p_2 = \frac{2}{7}$, $R = \frac{3}{9}$

Les trois scénarios sont formellement compatibles avec le changement de contrainte budgétaire.

Concernant le premier scénario, il est en effet plus simple, sans se poser de question, de dire que p_1 est passé de $\frac{1}{2}$ à 1, que p_2 est passé de $\frac{2}{7}$ à $\frac{4}{7}$, et que R est passé de $\frac{3}{9}$ à $\frac{11}{7}$.

Concernant le second scénario, on peut penser qu'en fait, le revenu seul a changé, permettant l'achat du panier $(1, 1)$ qui n'était pas disponible auparavant. En effet, si on calcule le revenu qu'il faudrait pour acheter le panier

(1,1) dans l'ancien système de prix, il faudrait dépenser

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{7} = \frac{7+4}{2*7} = \frac{11}{14}$$

La nouvelle contrainte budgétaire est donc représentée par l'équation

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{2}{7}x_2 = \frac{11}{14}$$

et correspondrait donc à une seule modification de revenu, passé de $\frac{3}{9}$ à $\frac{11}{14}$, ce qui correspond à une augmentation de revenu de 135,71 %.

Concernant le troisième scénario, on peut en effet remarquer que si on multipliait $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{7}$, par $\frac{14}{27}$, ce qui correspondrait à une baisse de tous les prix d'environ 48,14%, on obtiendrait la même contrainte budgétaire. Plus précisément, on obtiendrait une contrainte d'équation

$$\frac{1}{2} * \frac{14}{27} * x_1 + \frac{2}{7} * \frac{14}{27} * x_2 = \frac{11}{27},$$

une droite parallèle à la première (car tous les coefficients sont multipliés par le même facteur) et qui passe par le point (1,1) car le point (1,1) satisfait cette nouvelle équation :

$$\frac{1}{2} * \frac{14}{27} * 1 + \frac{2}{7} * \frac{14}{27} * 1 = \frac{14}{27} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{7} \right) = \frac{14}{27} * \frac{7+4}{14} = \frac{11}{27}$$

2 La frontière de l'ensemble de budget.

Dans un ensemble de budget à deux biens, on considère une contrainte budgétaire standard de type

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq R.$$

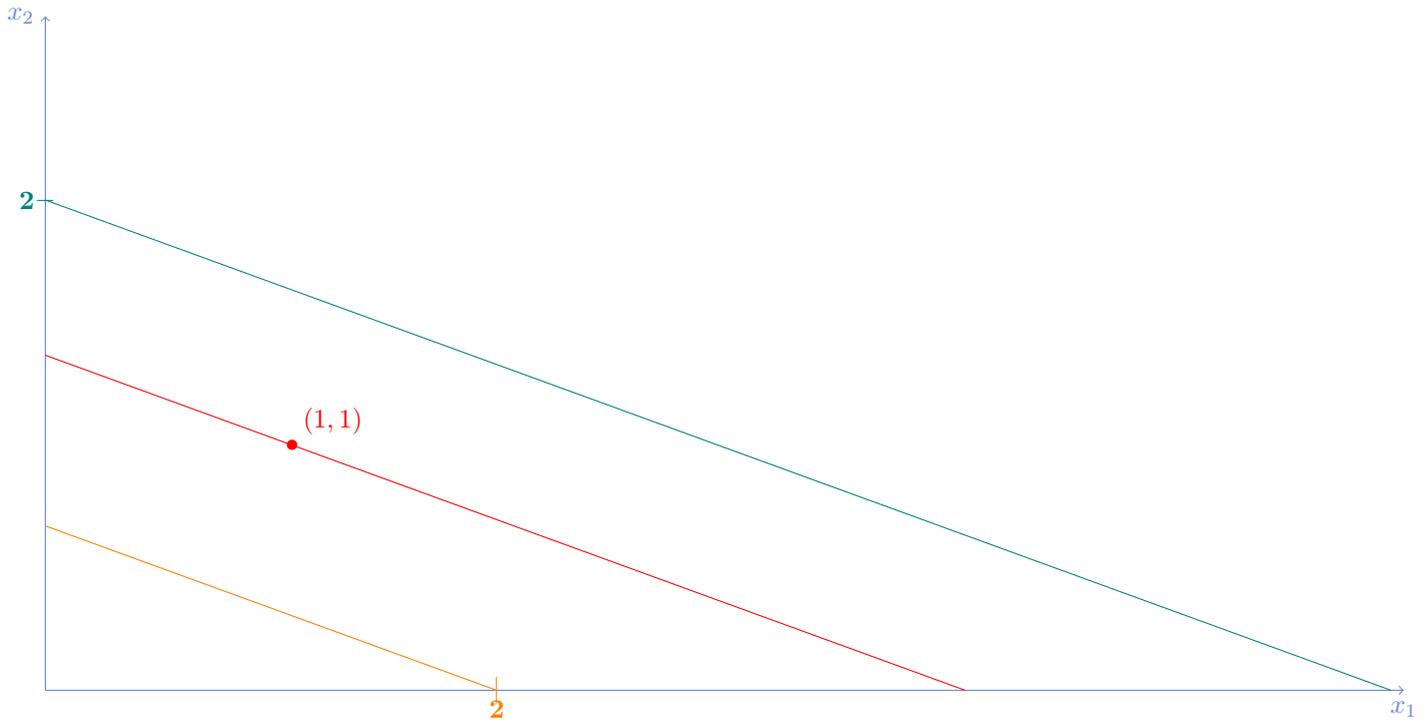
1) la pente de la droite de budget correspondante représente-t'elle le prix relatif du bien 1 en bien 2 ou le prix relatif du bien 2 en bien 1 ? Justifier votre réponse en trois ou quatre lignes.

le TMS de bien 1 en bien 2. Faire une règle de trois pour le retrouver simplement.

2) Supposez que dans une économie, le prix du bien 1 est $p_1 = 580$ euros et le prix du bien 2, $p_2 = 1580$ euros. Tous les ménages font face au même prix. Si on trace toutes ces droites budgétaires (disons par exemple qu'il y a trois ménages), que devrait-t'on constater ? Donner un exemple qui illustre votre propos.

la pente d'une contrainte budgétaire ne dépend que des prix, ici c'est $580/1580 \sim 0,367$. Ainsi toutes ces droites

sont parallèles. On fait le dessin pour $R_1 = 2160$ euros, pour $R_2 = 1270$ euros et pour $R_3 = 3060$ euros.

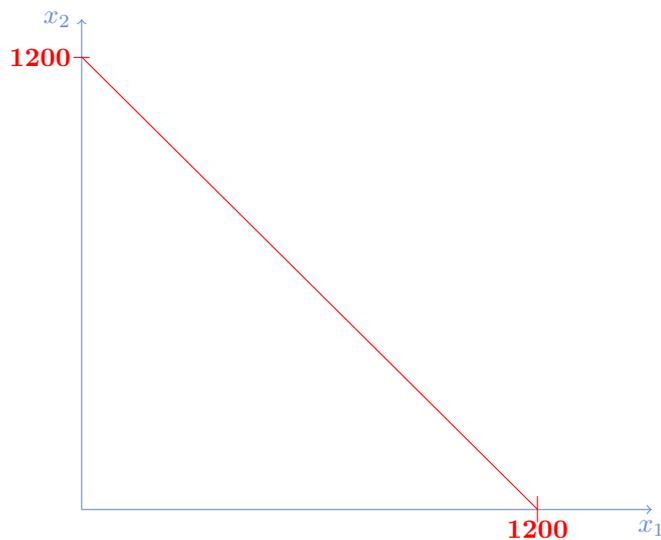


On a représenté sur ce graphique, trois ménages, l'un qui peut acheter deux unités de bien 1, l'autre qui peut acheter deux unités de bien 2, et le dernier qui peut acheter une unité de bien 1 ET une unité de bien 2.

3 Achats en gros et au détail : représentation de l'ensemble de budget

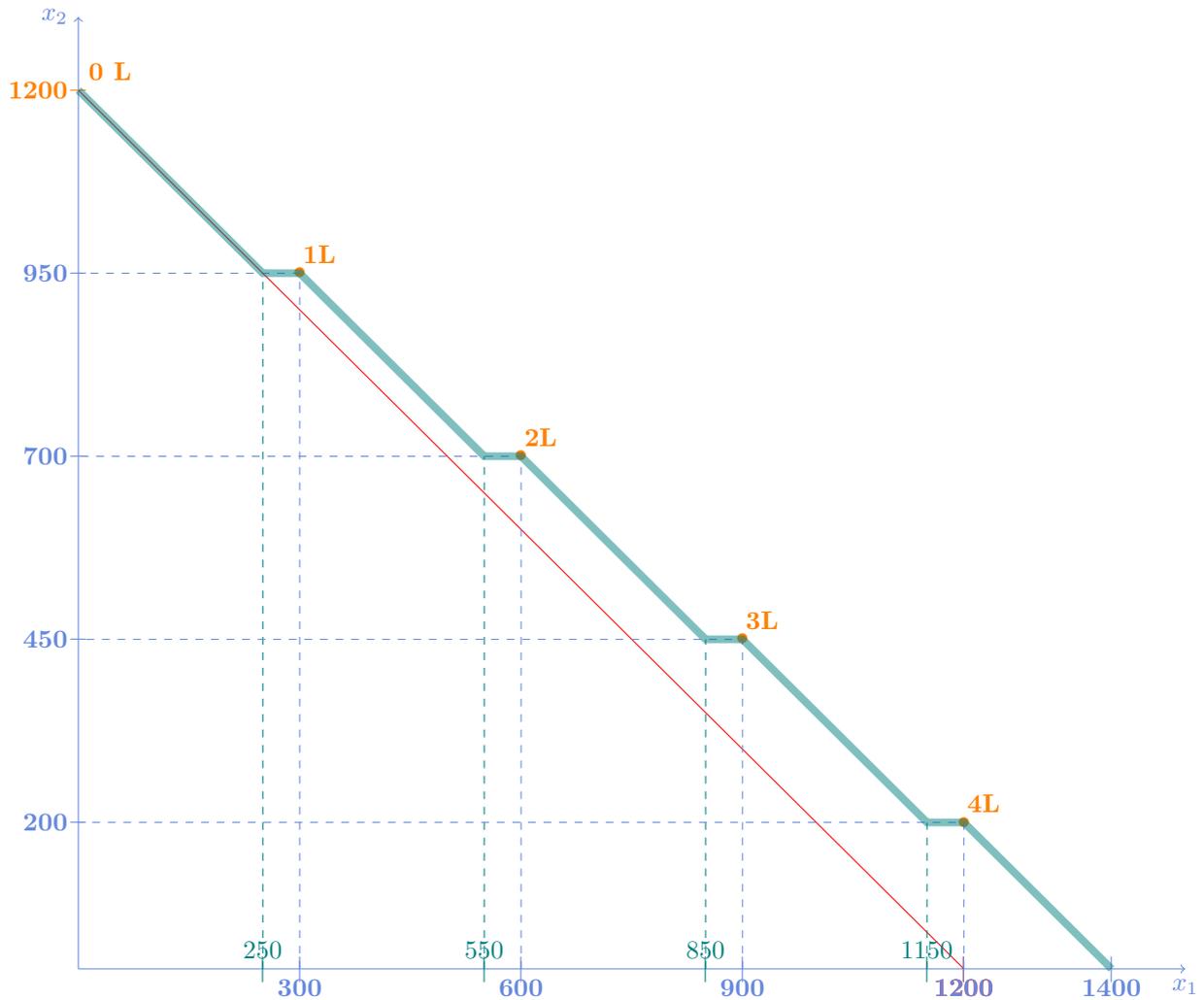
Une société pétrolière vend son essence sans plomb 1 euro le litre. On supposera dans cet exercice que les ménages achètent de l'essence, en quantité x_1 et qu'ils achètent des autres biens en quantité x_2 . Pour simplifier les représentations, on fera l'hypothèse que l'indice des prix des autres biens est $p_2 = 1$.

- 1) Dans un graphique à deux dimensions, l'axe horizontal représentant la quantité x_1 d'essence achetée et x_2 la quantité des autres biens qu'il reste possible d'acheter, représenter la contrainte budgétaire d'un ménage qui dispose de 1200 euros.



Pour attirer des gros consommateurs, la société offre en promotion des lots de 300 litres d'essence pour 250 euros.

- 2) Représenter la contrainte budgétaire du même ménage (de revenu 1200 euros), qui combine l'essence achetée au prix unitaire de 1 euro avec des lots de 300 litres d'essence pour 250 euros.



On commence par représenter les points 1L, 2L, 3L, 4L, 0L correspondants respectivement à l'achat exclusif de 1, 2, 3 et 4 lots ou à aucun achat. Puis, il faut compléter la CB du ménage, tranche par tranche.

- Si le ménage veut acheter de l'essence pour une quantité inférieure à 250 litres, il la paye à un euro, et se déplace donc sur une contrainte budgétaire de pente -1, confondue avec la CB précédente entre les points (0,1200) et (250,950). S'il atteint la dépense de 250 euros, il achète son premier lot : d'où la liaison horizontale entre le point (250,950) et le point (300,950).
- S'il veut plus de 300 litres, il a la possibilité, après avoir acheté son premier lot de compléter son achat promotionnel par de l'essence à 1 euro. D'où la suite de la CB, segment de droite de pente -1 , joignant (300,950) et (550,700). S'il atteint la dépense de 500 euros, il achète alors deux lots :d'où la liaison horizontale entre le point (550,700) et le point (600,700).
- et ainsi de suite ... Si cet agent ne consomme que de l'essence, il achète quatre lots qui lui coutent mille euros, et ensuite 200 euros d'essence, soit, au total : $4 \cdot 300 + 200 = 1400$ litres.

4 Donations coûteuses

Un test des préférences altruistes a été réalisé auprès d'environ 500 personnes dans un contexte d'économie expérimentale. Chaque prospect participe à trois phases de l'expérience. A chacune d'entre-elles, on a dit :

« Supposez que l'on vous donne 100 euros et que vous ayez le choix de partager une partie de cette somme à une autre personne choisie au hasard. On suppose dans un premier temps que chaque euro que vous ne conservez pas peut être

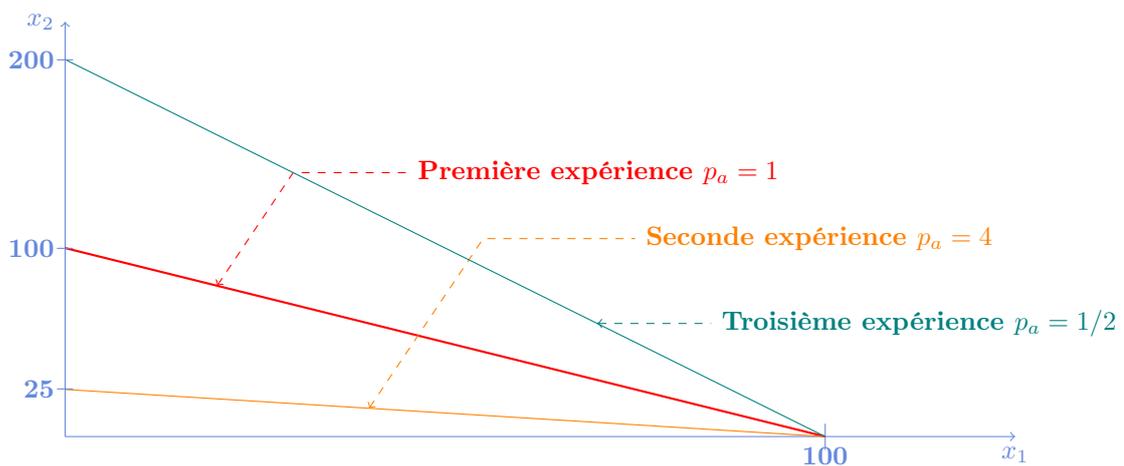
transféré intégralement à l'autre personne. On suppose dans un second temps que pour chaque euros que l'autre personne reçoit, vous devez abandonner 4 euros. On suppose dans le troisième temps de l'expérimentation que chaque euros reçu par l'autre personne ne vous coûte que 50 centimes d'euros, ceci, parce qu'il y a une subvention des organisateurs du jeu qui transfère à l'autre personne un montant additionnel à votre don.»

1) Dans un diagramme à deux dimensions, où l'axe horizontal représente les euros que vous conservez et l'axe vertical, les euros reçus par l'autre personne, tracer les ensembles de choix du prospect expérimenté.

Le prospect fait face à des contraintes budgétaires qui passent toutes par le point (100,0) sur l'axe horizontal, et respectivement par les points (0,100), (0,25) et (0,200) sur l'axe vertical, pour les trois phases de l'expérimentation. Par ailleurs, le mécanisme de transfert est défini de manière unitaire, la contrainte est donc linéaire. Les ensembles de choix demandés sont les segments de droite dessinés ci-après. En fait, dans les trois expériences, si on note x_1 la quantité conservée par le prospect et x_2 la quantité transférée à l'autre, l'équation de l'ensemble de choix peut s'écrire

$$p_s x_1 + p_a x_2 = 100$$

Où $p_s = 1$ dénote le prix de conserver un euro, et p_a le prix de donner un euro, prix qui diffère d'une expérience à l'autre ($p_a = 1$ dans la première phase de l'expérience, $p_a = 4$ dans la seconde phase de l'expérience, et $p_a = 1/2$ dans la troisième phase de l'expérience).



2) Donner une définition du coût de l'altruisme, et utiliser cette expression pour décrire précisément les trois phases de l'expérience (en 4 ou 5 lignes).

On peut assimiler le prix du transfert de 1 euro à l'autre, normalisé à 1, qu'on vient de noter comme le coût unitaire du transfert monétaire à l'autre : $c_a = p_a - 1$. Ainsi :

- dans le premier cas $c_a = 0$;
- dans le second cas $c_a = 3$;
- dans le premier cas $c_a = -0,5$.

Notez que dans le troisième cas, le coût est « négatif », ce qui correspond à ce que l'on a appelé dans l'énoncé une subvention.

5 Un ensemble de budget sans prix nominaux.

Certains systèmes de troc sont assez largement répandus. Un consommateur vit au mois le mois. Pour simplifier, on dira qu'il existe cinq types de biens : le travail, les repas, l'alcool, les services, et l'hygiène. On note T , les heures travaillées ; R , la quantité de

repas consommés; A, la quantité d'alcool ingérée; S, le nombre d'heures de services utilisés; H, la quantité de biens utilisés pour l'hygiène. Ce consommateur peut travailler. Les échelles d'équivalence entre les biens sont les suivantes :

$$3 \text{ unités de bien d'hygiène} \equiv 5 \text{ repas}$$

$$2 \text{ heures de travail} \equiv 3 \text{ repas}$$

$$9 \text{ unités d'alcool} \equiv 5 \text{ unités de bien d'hygiène} \quad 1 \text{ heure de service} \equiv 1 \text{ heure de travail}$$

Par ailleurs, le marché du travail étant saturé, ce consommateur ne peut pas espérer travailler plus de 70 h de travail pendant le mois. Mais il peut choisir de travailler partiellement ($T < 70$).

1) Donner le prix relatif des repas, de l'alcool et de l'hygiène, en unité de travail

1 repas vaut $\frac{2}{3}$ heure de travail, 1 unité d'alcool vaut $\frac{5}{9} * \frac{5}{3} * \frac{2}{3} = \frac{50}{81}$ heure de travail, 1 unité d'hygiène vaut $\frac{5}{3} * \frac{2}{3} = \frac{10}{9}$ heure de travail.

2) Ecrire la contrainte budgétaire de ce consommateur, sous l'hypothèse qu'il n'y a pas d'épargne d'un mois à l'autre et en notant respectivement x_h, x_a, x_r, x_s, x_l les quantités respectives d'hygiène, d'alcool, de repas, de service et de loisirs consommés.

En notant respectivement x_h, x_a, x_r, x_s, x_l les quantités respectives d'hygiène, d'alcool, de repas, de service et de loisirs consommés, la CB est

$$\frac{10}{9}x_h + \frac{50}{81}x_a + \frac{2}{3}x_r + x_s + x_l < 70$$

FIN du corrigé du TD 4