

Automne 2012

Université François Rabelais - M1 AGE

Cours d'économie du Risque et des Incitations - responsable : A. CHASSAGNON

TD n°4 - Eléments de correction

Le modèle Principal - Agent

Financement public

Un élu veut décider ou non s'il faut construire une piscine pour sa municipalité. Il ne peut financer cette piscine que par ses concitoyens, et en demandant une aide à la région. En effet, il estime que si la piscine est construite sur son territoire, elle pourra bénéficier aux populations alentours, et donc, qu'il faudrait faire participer cette population alentours, via la région pour construire la piscine.

Cet élu fait la lettre suivante à ses concitoyens. "Cher concitoyens, J'ai le projet de faire construire une piscine dans notre municipalité. Une bonne nouvelle et une mauvaise nouvelle ; la mauvaise d'abord : l'état des finances de la commune ne nous permet pas de prendre en charge directement un tel investissement, et notre endettement est tel qu'il est impossible de lever les fonds auprès des institutions bancaires ; la bonne nouvelle : alors que le coût de construction de la piscine, après négociation a été rabaissé à 190.000 euros, nous avons pour ce projet plusieurs subventions possibles qui seront au total de 150.000 euros. Il nous reste donc à financer, par le biais d'une *contribution exceptionnelle* les 40.000 euros restant. Je ne ferai rien sans vous l'imposer, aussi, je demande un à chacun une participation librement consentie pour ce projet. Pouvez-vous me retourner par retour de courrier, le formulaire qui indique le montant que vous êtes disposé à payer, avec le règlement correspondant, ou venir déposer votre obole dans une boite ouverte à la mairie et dans vos supermarchés."

On suppose que l'élu ne connaît pas les dispositions à payer réelles de ses concitoyens, mais qu'il en connaît parfaitement la distribution, à savoir :

2000	foyers seraient disposés à payer le montant	2 €	pour que la piscine se construise plutôt que le projet soit abandonné
1000	foyers seraient disposés à payer le montant	5 €	pour que la piscine se construise plutôt que le projet soit abandonné
1000	foyers seraient disposés à payer le montant	10 €	pour que la piscine se construise plutôt que le projet soit abandonné
250	foyers seraient disposés à payer le montant	50 €	pour que la piscine se construise plutôt que le projet soit abandonné
12	foyers seraient disposés à payer le montant	100 €	pour que la piscine se construise plutôt que le projet soit abandonné
10	foyers seraient disposés à payer le montant	150 €	pour que la piscine se construise plutôt que le projet soit abandonné

1) Dire en développant si la piscine mériterait ou non d'être construite

OUI NON

2) Dire en développant si l'élu va pouvoir récolter les fonds nécessaire avec cette lettre

OUI NON

3) En cas d'échec de l'élu, donner votre conseil à cet élu

Le marché du crédit

Un entrepreneur désire financer un projet en empruntant le capital I qui, investi dans ce projet, lui rapporte G avec probabilité p et 0 avec probabilité $1 - p$. L'entrepreneur demande un contrat (I, R) où R désigne ce qu'il doit rembourser après le succès de son projet. L'économie souffre cependant d'asymétrie d'information, et, en particulier, la probabilité de succès de l'emprunteur n'est connue que de lui seul. L'information qui est connue dans l'économie est que les entrepreneurs sont en fait de deux types, H et L , avec $p_H = 2/3$ et $p_L = 1/3$, et qu'il y a autant de chance pour un investisseur de tomber sur un bon type (H) que de tomber sur un mauvais type (L).

1) On suppose que l'investisseur est en situation de monopole, que le coût de financement du capital est nul (cad qu'il y a un rendement nul sur le marché obligataire), et que Dire quelle est sa contrainte budgétaire quand il prête au type p :

La réponse est la première. En effet, lorsqu'il prête à un entrepreneur de type p , l'investisseur est alors doté d'une loterie qui lui rapporte R avec probabilité p , puisqu'en cas d'échec, c'est le régime de la responsabilité limitée qui implique à ce stade que l'entrepreneur ne doit rien à l'emprunteur. Cette loterie lui rapporte donc en moyenne pR et lui a coûté I . La contrainte de l'investisseur est donc $pR - I \geq 0$.

$pR - I \geq 0$

$R - I > 0$

$R - pI > 0$

2) Dire pourquoi pour analyser les contrats de premier rang, il est nécessaire de connaître les utilités de réserve de chacun des types d'entrepreneurs, que l'on supposera égales ici à $u_H = u > 0$ et $u_L = 0$.

OUI NON

Puis analyser les contrats de premier rang (notés (I, R_H) et (I, R_L)). Est-ce que $R_H > R_L$?

OUI NON

L'investisseur adopte un comportement de monopole. Il s'agit donc de comprendre comment il va pouvoir obtenir un profit maximum et en particulier la nature des contraintes qui font que ce profit ne va pas être infini. L'investisseur est tout simplement limité par la contrainte de participation de l'agent. S'il lui vend un contrat trop cher, cad qu'il exige un remboursement R trop élevé, l'entrepreneur préférera abandonner son projet et avoir son utilité de réservation.

La contrainte de participation pour l'entrepreneur de type L est $p_L G - R \geq 0$. Le contrat de monopole pour ce type est donc $(I, p_L G)$

La contrainte de participation pour l'entrepreneur de type H est $p_H G - R \geq u$. Le contrat de monopole pour ce type est donc $(I, p_H G - u)$

On remarque qu'il y a deux raisons pour que le crédit proposé au type H soit moins cher, au moins en information symétrique.

3) En cas d'information asymétrique, on suppose dans un premier temps que le prêteur n'a pas vraiment d'instrument pour différencier les agents, puisque son seul levier est le niveau de remboursement, qui doit être le même pour tous. Cependant, en jouant sur les différences exigences de participation des deux types, il peut n'inciter qu'une partie du marché à être présent. Après avoir posé le principe du calcul du niveau optimal R^{SB} , dire s'il est toujours vrai que tous les agents participent à ce contrat dans l'économie.

OUI NON

1) Si le principal propose le même (I, R) pour tout le monde, et que les deux types l'acceptent, sa contrainte de profit non négatif devient $\frac{p_H + p_L}{2} R^{HL} \geq I$, tandis que doivent être vérifiés les deux contraintes de participation des deux types, à savoir $R^{HL} \leq \min(p_H G - u, p_L G) = p_H G - u$. Le profit max qu'obtient alors le principal est $\pi_{H+L} = \frac{p_H + p_L}{2} * (p_H G - u) - I$

2) Si le principal ne veut faire participer qu'un agent, il est obligé de proposer un niveau de remboursement compris entre $[p_H G - u, p_L G]$, cad $p_H G - u < R \leq p_L G$ qui implique que *c'est seulement le mauvais type qui participe*. Le profit max qu'obtient alors le principal est $\pi_L = p_L G - I$ lorsque $R^L = p_L G$.

Laquelle de ces deux tarification est la meilleure. Il faut résoudre pour répondre à cette question l'inégalité suivante qui exprime qu'il est mieux de proposer un contrat pour tous que pour seulement le mauvais type

$$p_L G - I \leq \frac{p_H + p_L}{2} * (p_H G - u) - I \iff \frac{p_L}{p_H - \frac{u}{G}} \leq \frac{p_H + p_L}{2}$$

La résolution d'une telle équation (qui est une ellipse) est bien au delà de ce cours. On peut prendre au hasard quelques valeurs qui permettront de répondre à la question posée :

→ si $p_L = .1, p_H = .9, G = 2, u = 1$ l'inéquation devrait être vérifiée. En effet, $.1 / (.9 - .5) = 1/4 = .25$ et $(.1 + .9) / 2 = .5$

→ si $p_L = .4, p_H = .6, G = 2, u = 1$ l'inéquation ne devrait pas être vérifiée. En effet, $.1 / (.6 - .5) = 1$ et $(.4 + .6) / 2 = .5$

4) L'analyse de la question 3 est très différente s'il y a la possibilité de mettre en place des garanties pour l'investisseur, à savoir un actif de valeur C qui est immobilisé et saisi en cas de non remboursement. Expliquer comment, il est alors possible d'écrire des contrats différenciés pour les agents.

OUI NON

Un contrat est typiquement du type (C, R) , C étant la garantie, perdue par l'entrepreneur en cas d'échec, et R le remboursement dû par l'entrepreneur en cas de succès. Un menu de contrat est un ensemble $\{(C_H, R_H), (C_L, R_L)\}$ tel que chacun des agents choisisse de préférence le contrat qui lui est destiné. En général, on donne un meilleur contrat aux meilleurs agents, cad avec $R_H < R_L$ tandis que pour éviter que les agents du mauvais type ne choisissent le contrat du bon type, la garantie qui va être demandée aux bons agents sera supérieure à la garantie demandés aux mauvais type, et cela de manière assez substantielle pour que les agents de mauvais type ne risquent pas de prendre le contrat (C_L, R_L) . La détermination précise des contrats optimaux est hors programme.