U.F.R. DE DROIT, D'ECONOMIE ET DES SCIENCES SOCIALES

Année universitaire 2015-2016

Session 1 - Semestre 1

MASTER 1 AGE - MASTER 1 ECO

EXAMEN DU COURS FINANCE DE MARCHÉ

DURÉE : 2 HEURES

NOM DE L'ENSEIGNANT : M. CHASSAGNON

NB : documents et calculatrices autorisés
Excepté le dernier exercice, à rendre sur une copie d'examen, les exercices sont à faire sur le sujet d'examen. Il est demandé de répondre aux questions oui/non type QCM, puis, d'argumenter avec précision les réponses*, dans les encadrés correspondants.*

1 Deux Questions à developper

1) Soit une économie avec deux états de la nature, et deux agents dont les préférences sont de type espérance d'utilité. Concernant les ressources, un premier agent détient l'actif $(1, 2)$ tandis que le second agent détient l'actif $(3, 1)$ (le premier nombre indiquant la richesse de l'agent dans le premier état de la nature, et le second nombre, sa richesse dans le second état de la nature). Dire quand il n'est jamais possible que cette allocation des ressources est optimale au sens de Pareto. Commenter en développant les règles d'allocation optimale des ressources en présence d'incertain.

□ . . . . *Lorsque les deux agents sont neutres au risque*

□ . . . . *Lorsque l'un des agent est neutre au risque et l'autre agent est averse au risque*

□ . . . . *Lorsque les deux agents sont averses au risque.*

2) Quelle est l'utilité des marchés financiers ? . . . Cocher les cases que vous choisissez de justifier et développez avec précision vos arguments <u>sur la feuille intercalaire</u>, en illustrant vos exposés par des exemples.

□ . . . . *Permettre aux agents économiques de partager leur risque*

□ . . . *Permettre aux entrepreneurs de trouver des financements pour leurs projets risqués*

□ . . . . *Permettre aux traders de "battre" le marché quand il y a des arbitrages*

□ . . . . *Permettre aux épargnants de diversifier leur ressources risquées.*

2 Arbitrage

Dans une économie à trois états de la nature dans laquelle il n'y a pas d'inflation entre le moment où les agents économiques s'échangent des actifs financiers et le moment de la réalisation des risques, on considère un marché financier comprend l'ensemble des combinaisons de deux actifs que l'on note A et B, représentés soit par un vecteur de rendement net, soit par ce qu'ils délivrent dans chaque état de la nature et par leur prix. Analyser les différentes situations suivantes :

1) Le marché est-il sans arbitrage quand les vecteurs de rendements nets sont : $A(+10\%, -5\%, +1\%)$ et $B(-10\%, +25\%, +1\%)$. Commenter dans l'encadré. OUI□ NON□

2) Le marché est-il sans arbitrage quand les vecteurs de rendements nets sont : $A(+15\%, -5\%, +1\%)$ et $B(-10\%, +10\%, +1\%)$. Commenter dans l'encadré. OUI□ NON□

3) Le marché est-il sans arbitrage quand les vecteurs de rendements nets sont : $A(+5\%, -5\%, +1\%)$ et $B(-10\%, +105\%, +1\%)$. Commenter dans l'encadré. OUI☐ NON☐

4) Le marché est-il sans arbitrage quand : $A(4, 8, 12)$, $p_A = 10$ et $B(12, 4, 8)$, $p_B = 10$, où A et B sont définis par ce qu'ils délivrent dans chaque état de la nature. OUI☐ NON☐

5) Le marché est-il sans arbitrage quand : $A(4, 8, 12)$, $p_A = 10$ et $B(2, 4, 6)$, $p_B = 5$, où A et B sont définis par ce qu'ils délivrent dans chaque état de la nature. OUI☐ NON☐

3 Possibilités d'investissement en combinant des actifs financiers

Pour chacune des questions suivantes, il est demandé au candidat de cocher sur le sujet les cases correspondant aux affirmations justes, puis, quand il y a un encadré, de justifier les réponses qui auront été données (le candidat doit développer sa réponse sur la feuille intercalaire s'il n'a pas assez d'espace).

On étudie une économie financière à deux états de la nature dans laquelle tous les agents ont des préférences pour les actifs financiers de type moyenne-variance ; sous cette hypothèse, un actif est décrit soit par l'ensemble des rendements nets, dans chaque état de la nature, soit, plus simplement, par l'espérance de ces rendements et l'écart-type de ces rendements. Les actifs que l'on considère sont $A(1, -1)$ et $B(-0, 5, +1)$ (en d'autres termes le rendement net de A est de $+100\%$ dans le premier état de la nature ou de -100% dans le second état de la nature.

1) Si un agent investit 100 € dans l'actif A et 200 € dans l'actif B, il est toujours vrai, lors de la réalisation de l'incertitude et des paiements de ces actifs

☐ . . . . *qu'il reçoit 100 euros de l'actif A dans le premier état de la nature*

☐ . . . . *qu'il reçoit 200 euros de l'actif A dans le premier état de la nature*

☐ . . . . . *qu'il reçoit 250 euros, tous actifs confondu, dans le premier état de la nature.*

de l'actif A il reçoit 100+100=200 et de l'actif B : $100-,5*100=50$.

2) Les portefeuilles suivants qui combinent les actifs A et B sont meilleurs que l'actif A

☐ . . . . *OUI, en ne prenant que l'actif B*

☐ . . . . *OUI, en combinant A et B à parts égales*

☐ . . . . *Oui, en combinant $\frac{1}{7}$ de A et $\frac{6}{7}$ de B.*

On calcule pour tous ces actifs et pour l'actif A aussi le rendement et l'écart-type. On fait l'hypothèse (donnée lors de l'examen) que les deux états sont équiprobables

Actif A : $r(A)=0$ A^2 donne 1 à coup sûr : $Var(A)=1$ $\sigma(A)=1$.

Actif B : $r(B)=(,5)/2=1/4$ $(B-EB)^2$ donne $(,75)^2$ à coup sûr : $Var(B)=(,75)^2$ $\sigma(B)=(,75)=3/4$.

Actif D comprenant A et B à parts égales, soit $D(1/4,0)$: $r(D)=1/8$ $(D-ED)^2$ donne $(1/8)^2 1$ à coup sûr : $Var(D)=(1/8)^2$ $\sigma(D)=1/8$.

Actif F combinant 1/7 de A et 6/7 de B, soit $F(-2/7,5/7)$: $r(F)=3/14$ $(F-EF)$ a pour rendement -1/14 dans le premier etat de la nature et A dans le second état : $Var(F)=195/(2*196)$ $\sigma(F)\approx 0,70$.

On constate que ces trois actifs ont un rendement moyen positif, donc supérieur à A et un écart type inférieur à celui de A (qui est 1). Donc, ils sont meilleurs sur ces deux critères, donc ils sont meilleurs que A : les trois coches sont bonnes.

3) On peut obtenir un actif sans risque en combinant l'actif A et l'actif B

☐ . . . . *Jamais*

☐ . . . . *OUI, en combinant A et B à parts égales*

☐ . . . . *OUI, en combinant $\frac{1}{7}$ de A et $\frac{6}{7}$ de B.*

Supposons que je combine les actifs A et B en prenant α de A et $1-\alpha$ de B. J'obtiens le vecteur de rendements C_α suivant : $C_\alpha\left(\alpha-\frac{1-\alpha}{2},-\alpha+(1-\alpha)\right)=\left(\frac{3\alpha-1}{2},1-2\alpha\right)$. Cet actif est sans risque si le rendement est identique dans les deux états de la nature soit si $\frac{3\alpha-1}{2}=1-2\alpha$ soit encore $3\alpha-1=2-4\alpha$, soit $\alpha=3/7$. On obtient alors l'actif $C(1/7,1/7)$.

Aucune des trois coches n'est à cocher.

4) *En considérant la figure 1 suivante où l'on a tracé trois points de coordonnées respectives $A(1,0)$, $B(\frac{3}{4},\frac{1}{4})$, $C(0,\frac{1}{7})$ $D(\frac{1}{8},\frac{1}{8})$ et $E(\frac{6}{7},\frac{1}{7})$, dire quelles sont les assertions vraies. Développer vos réponses et commenter plus généralement ce que permet d'atteindre la combinaison des deux actifs A et B la sur la feuille intercalaire.*

- ☐ . . . . *Le point D correspond au portefeuille combinant A et B à parts égales*
- ☐ . . . . *Le point C correspond au portefeuille combinant $\dfrac{1}{7}$ de A et $\dfrac{6}{7}$ de B*
- ☐ . . . . *La partie hachurée (de limites A, B et C contient l'ensemble des portefeuilles qui combinent A et B*
- ☐ . . . . *Le portefeuille E est disponible dans cette économie.*

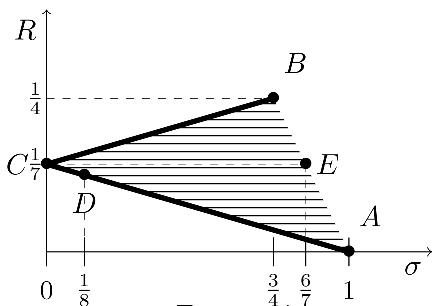


FIGURE 1

La premiere et seconde coche sont bonnes, d'après les questions 2 et 3. On en déduit que toutes les combinaisons de portefeuilles C_α sont soit sur le segment A-C lorsque $\alpha < 3/7$ soit sur le segment C-B lorsque $\alpha > 3/7$. Il n'y a pas d'autres portefeuilles qui sont atteints. Ainsi les deux dernières coches ne sont pas bonnes.

U.F.R. DE DROIT, D'ECONOMIE ET DES SCIENCES SOCIALES

Année universitaire 2015-2016

Session 1 - Semestre 1

MASTER 1 AGE

EXAMEN DU COURS INCERTAIN ET INCITATIONS

DURÉE : 2 HEURES

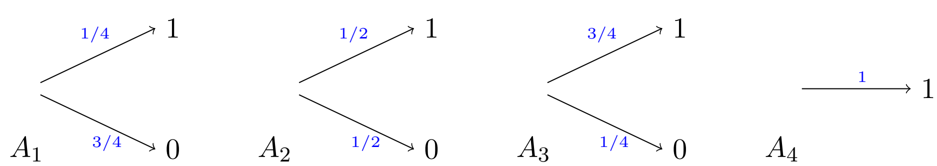
NOM DE L'ENSEIGNANT : M. CHASSAGNON

NB : documents et calculatrices autorisés.
Les exercices sont à faire en partie sur le sujet d'examen, avec des développements complémentaires sur la feuille intercalaire. Ce sont les justifications bien développées et précises qui donnent le droit au maximum de points.

1 Valorisation de plusieurs loterie pour un agent neutre au risque et pour un agent averse au risque

Pour chacune des questions suivantes, il est demandé au candidat de compléter les tableaux qui sont proposés sur le sujet, et de justifier dans les encadrés qui suivent les réponses qui auront été données, en particulier les calculs ET la méthode qui conduit à ces calculs (le candidat doit développer sa réponse sur la feuille intercalaire s'il n'a pas assez d'espace).

Soit les quatre loteries suivantes, A_1, A_2, A_3, et A_4 représentées comme suit :

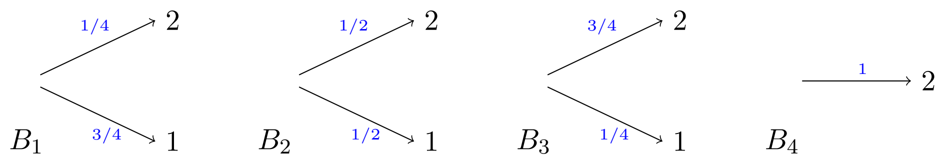


La valeur de ces loteries dépendent des préférences de ceux qui les détiennent. L'expression "valeur de la loterie" désigne classiquement l'équivalent certain, c'est-à-dire la valeur détenue de manière certaine qui donne à l'agent autant de satisfaction que de posséder la loterie. On considère un premier agent, monsieur V, qui est averse au risque, ayant des préférences de type espérance d'utilité et dont la VNM est $u(x) = \sqrt{x}$ et on note v_1, v_2, v_3, et v_4, la valeur respective de ces loteries pour l'agent V. On considère un second agent, neutre au risque, et on note a_1, a_2, a_3, et a_4, la valeur respective de ces loteries pour l'agent A.

1) Dans cette première question, on fait l'hypothèse que lorsque ces deux agents détiennent l'une des loterie A_i ($i = 1, \cdots, 4$), ils ne disposent d'aucune autre ressource. Ils détiennent soit A_1, soit A_2, soit A_3, soit A_4 et c'est tout. Compléter le tableau suivant qui donne les valorisations de ces différentes loteries par les deux agents. [certaines cases du tableau sont déjà pré-remplies.] Commenter.

loterie	A_1	A_2	A_3	A_4
Valeur pour Monsieur A	$a_1 = 1/4$	$a_2 =$ ____	$a_3 = 3/4$	$a_4 =$ ____
Valeur pour Monsieur V	$v_1 = 0,0625$	$v_2 = 0,25$	$v_3 =$ ____	$v_4 =$ ____

2) Dans cette seconde question, on fait l'hypothèse que les deux agents disposent, en complément de l'une de ces loteries, un revenu égal à 1. Ils détiennent donc soit B_1, soit B_2, soit B_3, soit B_4 représentées comme suit :



Compléter le tableau suivant qui donne les valorisations de ces différentes loteries pour les deux agents (on donnera des valeurs approximées avec deux chiffres après la virgule). [A.N. $\sqrt{2} \approx 1,41$] Commenter.

loterie	B_1	B_2	B_3	B_4
Valeur pour Monsieur A	$5/4$	____	$7/4$	____
Valeur pour Monsieur V	$1,22$	$1,46$	____	2

3) Déduire des valorisations des loteries B_1, B_2, B_3, B_4 retenues dans la questions précédente, la valeur de détention des loteries A_1, A_2, A_3 et A_4 pour les deux agents A et V, quand ils détiennent déjà un revenu de 1. (Autrement dit, quel est la partie spécifique à ces loteries de l'équivalent certain). Commenter.

Loterie	A_1	A_2	A_3	A_4
Valeur pour Monsieur A	$a_1 = 1/4$	$a_2 =$ ____	$a_3 = 3/4$	$a_4 =$ ____
Valeur pour Monsieur V	$v_1 = 0,22$	$v_2 =$ ____	$v_3 = 0,72$	$v_4 =$ ____

4) Est-il vrai que la valeur des loteries A_i (pour $i = 1, 2, 3, 4$) puisse avoir varié quand l'agent qui les possède ne possède rien d'autre ou qu'il possède un revenu de 1. Expliquer en particulier ce qui se passe pour l'agent V. Le cas de l'agent A, neutre au risque, a-t'il quelque chose de particulier ? En développer le mécanisme.

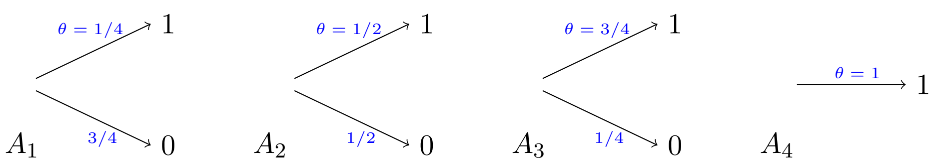
2 Vente d'un actif risqué dont les caractéristiques sont connues du vendeur et inconnues de l'acheteur

Il est permis dans cette seconde partie de l'examen d'utiliser l'information qui est contenue dans l'énoncé de la première partie de l'examen. Pour chacune des questions suivantes, il est demandé au candidat de répondre aux questions type QCM et de justifier dans l'encadré qui suit les réponses qui auront été données (le candidat doit développer sa réponse sur la feuille intercalaire s'il n'a pas assez d'espace).

Un agent économique possède une loterie qu'il désire vendre. cette loterie rapporte 1 avec une probabilité θ et 0 avec une probabilité $1 - \theta$. Ce vendeur est le seul à connaître la valeur de θ. Ce vendeur est averse au risque et sa fonction VNM est $u(x) = \sqrt{x}$. Il ne vend sa loterie (qu'on appelle parfois son actif) que lorsque le prix qui lui est proposé est supérieur ou égal à la valeur qu'il donne à cette loterie.

L'acheteur quant à lui est neutre au risque. Il ne connaît pas la valeur de θ mais il n'est pas totalement ignorant : il connaît en effet la distribution de θ : dans 1/4 des cas θ égale à 1/4, dans un autre quart des cas θ égale 1/2, dans un troisième quart des cas, θ égale 3/4 ou sinon, θ égale 1. On résume cette situation en disant que du point de vue de l'acheteur θ peut prendre l'une des quatre valeurs suivantes, avec equiprobabilité : $\theta = \theta_1 = 1/4$, $\theta = \theta_2 = 2/4$, $\theta = \theta_3 = 3/4$, $\theta = \theta_4 = 1$.

Pour une facilité de langage on dira que θ_i ($i = 1$ ou 2 ou 3 ou 4) est le type du vendeur et que A_i est la loterie (ou l'actif) détenue par ce vendeur et qu'il désire justement vendre. Suivant ces quatre possibilités l'actif se représente comme suit :



L'objet de cet exercice est d'étudier les conséquences de cette situation particulière dans laquelle le type i du vendeur est connu de lui seul et pas de l'acheteur. Que peut faire l'acheteur dans ce cas là ? On supposera tout au long de l'analyse que le vendeur vend s'il est indifférent entre vendre et ne pas vendre et qu'il ne possède rien d'autre que son actif.

1) Quel est l'actif qui a pour valeur $a = 1/2$ pour un acheteur neutre au risque

☐ . . . . A_1 ☐ . . . . A_3

☐ . . . . A_2 ☐ . . . . A_4

2) Pour le vendeur, la valeur de l'actif qu'il détient est l'équivalent certain de la loterie (calculé en prenant en compte la VNM $\sqrt{x}$). Par exemple détenir l'actif A_3 apporte au vendeur le même bien-être que détenir de manière certaine 0,5625. Dans la même logique, pour quelle réalisation du paramètre θ la valeur de l'actif est de 0,25 pour le vendeur ?

☐ . . . . $\theta = 1/4$ ☐ . . . . $\theta = 3/4$

☐ . . . . $\theta = 1/2$ ☐ . . . . $\theta = 1$

3) Si un acheteur offre d'acheter l'actif à un prix compris entre 0,25 et 0,36, quels seront les types de vendeurs qui accepteront cette offre ? [A. N. $\sqrt{0,25} = 0,5$; $\sqrt{0,36} = 0,6$]

☐ . . le vendeur de type θ_1 ☐ . . le vendeur de type θ_2 ☐ . . le vendeur de type θ_3 ☐ . . le vendeur de type θ_4

Toujours en considérant le même type d'offre, avec quelle probabilité p cette offre est *acceptée et, en suivant, quelle est la valeur moyenne $\tilde{a}$ que recevra l'acheteur. Cette stratégie est-elle profitable dans lorsque le prix de vente est fixé à 0,36 ?*

□ . $p = 2/4$ et $\tilde{a} = 0,375$ □ . . $p = 1/4$ et $\tilde{a} = 0,25$

□ . . . . *stratégie profitable* □ *stratégie non profitable*

4) Si un acheteur neutre au risque offre un prix de $\frac{9}{16} = 0,5625$, quelle est la valeur moyenne $\tilde{a}$ de l'actif qu'il reçoit, et avec quelle probabilité p son offre est acceptée. Cette stratégie est-elle profitable ? [Ne pas oublier l'hypothèse selon laquelle le vendeur vend s'il est indifférent entre vendre et ne pas vendre.] Commenter, en comparant avec ce qui s'est passé dans la question 3.

□ . $p = 2/4$ et $\tilde{a} = 0,375$ □ . . . $p = 3/4$ et $\tilde{a} = 0,5$

□ . . . . *stratégie profitable* □ *stratégie non profitable*

5) Commenter les résultats que vous obtenez dans les questions 3) et 4). Plus précisément, indiquez ce qui se passe quand l'acheteur ne peut proposer qu'un prix unique, sans pouvoir différencier le type du vendeur. Donner une piste de ce que l'acheteur voudrait vouloir faire pour améliorer celà.

On étudie dans la suite de l'exercice des transactions dans lesquelles l'acheteur peut n'acheter qu'une fraction des actifs du vendeur.

6) Quels sont les type (du vendeur) qui acceptent la proposition d'achat de seulement la moitié de leur actif au prix 0,50, et qui doivent donc, s'ils l'acceptent conserver l'autre moitié de leur actif —après une telle vente ils ont la distribution B_i :

$$B_i \xrightarrow{\theta_i} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} * 0,5 = \frac{3}{4}$$

$$B_i \xrightarrow{1-\theta_i} \frac{0}{2} + \frac{1}{2} * 0,5 = \frac{1}{4}$$

☐ . . *le vendeur de type* θ_1 ☐ . . *le vendeur de type* θ_2

☐ . . *le vendeur de type* θ_3 ☐ . . *le vendeur de type* θ_4

A. N. : $\sqrt{3} \approx 1,73$, $\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$ *et* $\frac{1}{3-\sqrt{3}} \approx 0,79$

Cette stratégie d'achat, prise isolément, conduit-elle à un profit nul pour l'acheteur ? *OUI*☐ *NON*☐

7) Considérons maintenant la stratégie suivante de l'acheteur neutre au risque : il propose au choix le menu suivant : l'acheteur peut soit vendre tout son actif au prix unitaire $0,36$*, soit vendre la moitié de son actif au prix unitaire* $0,50$*, soit, ne rien vendre du tout. En collectant les informations que vous aviez à la question 3 et à la question 6, et calculant puis en comparant pour chacun des types de vendeurs les utilités qu'ils auraient dans ces trois alternatives. En déduire : quels sont les vendeurs qui ne vendent rien, ceux qui ne vendent que la moitié de leur actif au prix* $0,50$ *et ceux qui vendent tout leur actif au prix* $0,36$*. [Après avoir complété le tableau suivant, on pourra hachurer les cases représentant un comportement non optimal.]*

type de vendeur	$\theta = 1/4$	$\theta = 1/2$	$\theta = 3/4$	$\theta = 1$
Utilité *de ne rien vendre*	$1/4$	$1/2$	$3/4$	1
Utilité *de vendre la moitié de l'actif au prix 0,50*				
Utilité *de vendre tout l'actif au prix 0,36*	$0,60$	$0,60$	$0,60$	$0,60$

Cette stratégie est-elle profitable *OUI*☐ *NON*☐

4086